**Осенний семестр 2017/2018 учебного года**

**Межфакультетский учебный курс**

**механико-­математического факультета**

**«Геометрия и топология в природе и искусстве»**

А.Т.Фоменко, А.А.Ошемков, А.Ю.Коняев

(кафедра дифференциальной геометрии и приложений)

**Вопросы к зачету**

1. Задачи об обходе вершин или ребер графа (эйлеровы и гамильтоновы циклы). Правильные раскраски графов и карт (теорема о четырех красках). Критерий планарности графа.
2. Формула Эйлера для выпуклых многогранников. Классификация правильных многогранников. Теорема Коши о выпуклых многогранниках. Изгибания многогранников и теорема Сабитова.
3. Сравнение геометрий на плоскости, сфере и плоскости Лобачевского (аксиома параллельности, длина окружности, площадь треугольника). Кривизна поверхности и ее многомерные обобщения.
4. Геодезические, минимальные сети, минимальные поверхности как экстремали различных функционалов. Их геометрическое и физическое описание. Примеры.
5. Эйлерова характеристика, ориентируемость и другие топологические свойства двумерных поверхностей. Теоремы об их классификации.
6. Узлы и зацепления в трехмерном пространстве. Их диаграммы и различные топологические инварианты. Примеры вычисления. Задача классификации.
7. Симметрии как преобразования, сохраняющие свойства объекта. Виды симметрий на плоскости и в пространстве, их композиции. Примеры симметрий в алгебре, геометрии, физике.
8. Симметричные заполнения плоскости и пространства. Решетки, повороты, симметрии и другие характеристики плоских и трехмерных кристаллов.
9. Плотнейшая упаковка кругов на плоскости. Решетчатые упаковки шаров в пространстве. Оценки для плотности упаковки шаров. Задачи о числе касаний шаров.
10. Описание динамической системы с помощью дифференциальных уравнений. Типы траекторий и положений равновесия. Примеры регулярных и хаотических систем (движение планет, биллиарды в различных областях).
11. Примеры фрактальных множеств (множество Кантора, ковер Серпинского, кривая Пеано). Примеры алгоритмов, моделирующих фрактальные множества (множество Мандельброта).
12. Преобразования вращательного движения в поступательное (параллелограмм Уатта, инверсор Поселье). Теорема Кемпе о шарнирных механизмах. Геометрические конструкции в технике (карданная передача, треугольник Рело).