

В дни, когда Шведская академия наук присуждает Нобелевские премии выдающимся ученым, хочется вспомнить о Вадиме Львовиче Березинском, физике-теоретике, который вполне мог бы стать одним из обладателей самой престижной награды. А еще, с подачи Вадима Львовича, хочется поговорить о роли юмора в научном творчестве. Первоначально эта статья была опубликована с небольшими сокращениями в приложении «Независимая газета – наука», 2019, №11 (349), 25 сентября.

*Ю.Л. Менцин*

### **«Отрицательные» рыбы Дирака, или еще раз о том, как работает физик-теоретик**

Недавно моего внука научили в школе пользоваться отрицательными числами. В связи с этим я рассказал ему историю про «отрицательных» рыб Дирака. Имеется в виду шуточное решение простенькой математической задачи, предложенное некогда английским ученым Полем А.М. Дираком (1902–1984), одним из творцов квантовой физики, лауреатом Нобелевской премии по физике за 1933 год (совместно с Эрвином Шредингером). Сейчас о шутке Дирака помнят немногие. Между тем к ней стоит присмотреться, чтобы лучше понять некоторые особенности работы физика-теоретика.

#### ***Шедевр математического остроумия***

Об «отрицательных» рыбах Дирака широкая общественность в СССР узнала в 1960-е годы, благодаря эссе Вадима Березинского «Как работает физик-теоретик», опубликованном сперва в сборнике «Пути в незнаемое», а затем в знаменитом сборнике «Физики продолжают шутить». (Пути в незнаемое. Писатели рассказывают о науке. №3. М., 1963. С. 600–603; Физики продолжают шутить. М., 1968. С. 294–298.) Автор эссе, с тонкой иронией описавший стиль работы своих коллег, физиков-теоретиков, отметил, в частности, что последние «очень любят рассматривать принципиально ненаблюдаемые эффекты. Например, Дирак предположил, что существует сплошное море электронов с отрицательной энергией (так называемое «море Дирака». – Ю.М.), которое нельзя обнаружить. Но если выудить из этого моря один электрон, то на его месте окажется дырка, которую мы принимаем за положительно заряженный электрон – позитрон». (Физики... С. 297.)

Действительно, выведенное в 1928 году Дираком волновое уравнение, получившее название «уравнение Дирака», допускало существование отрицательных энергий, не поддающихся физическому объяснению. Эти отрицательные решения уравнения можно было отбросить как не имеющие физического смысла. Вместо этого Дирак предположил, что состояния с

отрицательной энергией реально существуют. Это предположение и позволило ему предсказать существование обнаруженного позже позитрона, или антиэлектрона, – первой из открытой физиками античастиц.

Вадим Березинский, ссылаясь на свидетельства людей, хорошо знавших Дирака, написал, что выдвижение подобных идей было характерным для ученого. Так, будучи студентом в Кембридже, и участвуя в математическом конкурсе, Дирак предложил, мягко говоря, нетривиальное решение следующей задачи о трех рыбаках.

Рыбаки целый день ловили рыбу, а вечером, сложив улов на берегу, легли спать. Однако одному из них не спалось, и он решил уехать, забрав свою часть улова. Пересчитав улов, рыбак разделил всю рыбу на три части. При этом одна рыба оказалась лишней. Рыбак бросил ее в воду, забрал свою долю и уехал домой. Среди ночи проснулся второй рыбак, и, не заметив отсутствия первого товарища, разделил оставшуюся рыбу на три части, одну лишнюю тоже бросил в воду, забрал свою часть и уплыл домой. Так же, под утро, не заметив, что остался один, поступил третий рыбак. В задаче спрашивалось, какое наименьшее количество рыб могло быть у рыбаков.

«Дирак предложил такое решение: рыб было  $(-2)$ . После того как первый рыбак совершил антиобщественный поступок, швырнув одну рыбу в воду, их стало  $(-2) - 1 = -3$ . Потом он ушел, унося под мышкой  $(-1)$  рыбу. Рыб стало  $(-3) - (-1) = -2$ . Второй и третий рыбак просто повторили нехороший поступок их товарища». (Там же. С. 298.)

Нетрудно заметить, что решение Дирака основано на элементарной подмене: в воду каждый рыбак бросал одну «положительную» рыбу, а с собой забирал одну «отрицательную». В то же время, можно найти и «нормальное», то есть в положительных числах, решение задачи Дирака. Не буду лишать читателей удовольствия найти его самостоятельно, тем более, что в нем есть небольшая «изюминка». Приведу лишь ответ. Число рыб, удовлетворяющее условиям задачи, задается формулой:  $M = 25 + 27N$ , где  $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Тем самым, минимальное число рыб равно 25. Между прочим, если взять  $N = -1$ , то  $M = -2$ , и мы получим решение Дирака. Правда, если мы допустим, что числа могут быть отрицательными, то число  $(-2)$  не будет наименьшим. Число  $(-29)$ , которое получается при  $N = -2$ , будет меньше, чем  $(-2)$ . Собственно, в этом случае наименьшее число отсутствует, и, для того чтобы решение Дирака было верным, надо оговорить, что искомое число должно быть наименьшим по модулю.

Мы уже вряд ли узнаем, как именно Дирак решал предложенную на конкурсе задачу. Возможно, он вначале вывел общую формулу, а потом решил поиграть с числами. Важно другое. Вадим Березинский, несомненно, был прав, увидев родство «безумной» идеи выуживания античастиц из моря отрицательной энергии и забавной идеи ловли «отрицательных» рыб – шедевра математического остроумия. И такое родство серьезного и несерьезного можно обнаружить не только в творчестве Дирака.

### *И в шутку, и всерьез*

В 2010 году Андрей Гейм и Константин Новоселов, голландский и английский физики российского происхождения (оба выпускники МФТИ), были удостоены Нобелевской премии по физике за уникальные экспериментальные исследования графена – двумерной формы углерода. При этом оказалось, что ранее, в 2000 году Гейм, совместно с математиком сэром Майклом Берри стали лауреатами шуточной Шнобелевской премии, присуждаемой за наиболее идиотские (или кажущиеся таковыми) научные исследования. Оба ученых заставляли лягушек летать в сильном магнитном поле (эффект диамагнитной левитации). Так что и от смешного до великого тоже один шаг.

О глубокой связи игры (в самом широком смысле этого слова), свободного общения, наконец, просто шуток и научного познания в XX веке писали и говорили многие ученые. Например, один из основоположников квантовой механики, французский физик Луи де Бройль (1892–1987) посвятил этому вопросу в 1950-е годы специальные статьи. Он утверждал, что «все игры, даже самые простые, в проблемах, которые они ставят, имеют общие элементы с деятельностью ученого при его исследованиях». По мнению де Бройля, это связано с тем, что научное познание базируется на таких свойствах мышления, как воображение и интуиция, развитию которых способствуют игры и остроумные шутки. «Что значит быть остроумным, писал де Бройль, как не быть способным устанавливать внезапно неожиданные сопоставления, поучительные или забавные? Живой язык, который легко приспосабливается к таким сопоставлениям, может благоприятствовать научному открытию и потому, что меткое высказывание иронизирующих и «внезапное прозрение» ученых в момент великих открытий, /.../ в сущности, являются различными, но родственными проявлениями гибкого ума». (Луи де Бройль. По тропам науки. М., 1962. С. 290–295, 332.)

Можно привести очень много примеров высказываний выдающихся ученых о роли в их научной работе свободного, насыщенного шутками (вспомним «научный треп») общения. Подлинным гимном такому общению ученых стала книга «Часть и целое. (Беседы вокруг атомной физики)» Вернера Гейзенберга, еще одного из основоположников квантовой механики. Объясняя замысел своей книги, он писал: «Естественные науки опираются на эксперименты, они приходят к своим результатам в беседах людей, занимающихся ими и совещающимися между собой об истолковании экспериментов. Такие вот беседы составляют главное содержание книги». (Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое. М., 1989. С. 135.)

В книге Гейзенберга ученые действительно непрерывно беседуют: на прогулках и конференциях, на семинарах и за чайным столом, даже сами с собой. Причем именно в ходе этих непрекращающихся бесед рождается радикально новое понимание законов природы, и *эти беседы нельзя ничем заменить*. В книге «Я – математик» Норберт Винер, один из

основоположников кибернетики, вспоминал о том, как резко изменилась обстановка в американской науке в 1940–50-е годы. Из жизни людей исчез досуг. До войны в комнатах отдыха Массачусетского технологического института часто можно было увидеть студентов, играющих в бридж. Иногда к ним присоединялся и сам Винер, не считая это время потерянным, так как между партиями вспыхивали довольно интересные споры. С началом же войны «все стало убийственно серьезно», исчезли какие-либо возможности для интеллектуальной игры. Причем ситуация не изменилась и после окончания войны, так что «трудно встретить молодых людей, которые осмелились бы оторвать время от своей работы, чтобы подумать о том, что эта работа собой представляет» (Норберт Винер. Я – математик. М., 1967. С. 259.) Собственно, появление в 1950–60-е годы множества ностальгических воспоминаний об ушедшей эпохе и рассуждений о принципиальной важности свободного общения ученых стали реакцией научного сообщества на «убийственную серьезность» всё более регулируемой государством послевоенной науки. Ну, а следствием желания напомнить (в первую очередь самим себе) то, что ученые умеют быть несерьезными, стал выход в СССР знаменитого сборника «Физики шутят».

### *Игры ума: эксперимент и математика*

Скептически настроенный читатель может заметить, что наличие среди ученых, пусть даже великих, любителей интеллектуальных игр и шуток еще не означает, что подобные игры ума действительно имеют фундаментальное значение для развития науки. Тем более, что в массовом сознании ученый, прежде всего физик, – это человек, всё свое время проводящий в лаборатории или погруженный в математические вычисления. Во многом это действительно так, хотя и в важности для ученых свободного общения, в том числе шуточного, легко убедиться, побывав на научных конференциях, где наиболее интересные и важные дискуссии проходят, как правило, в перерывах, в неформальной обстановке. Что же касается лабораторных исследований и математических вычислений, то они, если вдуматься, сами по себе являются игрой, изощренности которой позавидует любой геймер.

В ходе лабораторного эксперимента мы помещаем изучаемые явления в искусственные и, благодаря этому, контролируемые ученым условия, подвергаем их при помощи созданных человеком приборов запредельным воздействиям, и на основе полученных данных утверждаем, что таким способом мы исследуем объективную, то есть независимую от человека реальность. Это ли не игра в сотворение нового мира?! Между прочим, такие сравнения довольно часты в трудах создателей науки Нового времени, ожесточенно споривших на протяжении всего XVII века о том, может ли приборный эксперимент, выполняемый стенами лаборатории, быть надежной основой для изучения законов природы. Отсюда, кстати, нежелание ряда современников Галилея смотреть в его телескоп. Ведь даже идеально отшлифованные линзы дают искаженное (увеличенное, уменьшенное,

перевернутое) изображение. Как же тогда можно доверять наблюдениям при помощи инструмента, использующего линзы? Тем более, при наблюдении объектов, не видимых невооруженным глазом и принципиально недоступных непосредственному изучению. Важно также отметить, что споры ученых XVII века о роли приборов в познании стали актуальными в XX веке, когда шло становление квантовой механики. Вспомним хотя бы знаменитую полемику Альберта Эйнштейна и Нильса Бора о полноте квантово-механического описания реальности.

Говоря о роли игры в экспериментальных исследованиях, можно, например, вспомнить, что наблюдение и изучение электрических явлений было одной из любимых забав в аристократических салонах с середины XVIII и до начала XIX веков. А если вернуться в наши дни, то в воспоминаниях многих выдающихся ученых отмечается, что успеха они достигли, в первую очередь, благодаря тому, что в лабораториях, где им посчастливилось работать, существовала атмосфера доброжелательного интереса и готовности обсуждать первые, еще никому толком не понятные и даже сомнительные результаты, полученные новичками. (Подробнее см. Ю.Л. Менцин. Каким должно быть политическое устройство корпорации ученых. НГ – Наука, № 5 (313), 2017.)

Еще более явно игровое начало присутствует в математике. Более того, я бы сказал, что математика – это грандиозная, возможно, самая грандиозная игра, в которую человечество играет, изобретая все более фантастические объекты – от отрицательных и мнимых чисел до фракталов, уже более трех тысяч лет. И именно своим игровым началом, а не просто возможностью что-либо вычислять (вычисляют и бухгалтеры), она ценна для физики. По сути, математика играет в физике роль, аналогичную роли исследовательских приборов, позволяющих ученым проникать в новые миры. При этом, если приборы, например, телескопы и микроскопы позволяют увидеть невидимое, то математика позволяет мыслить немислимое, не возможное для прежней науки. Так, введение в математику иррациональных чисел позволило увидеть, что в числовом ряду, казалось бы, полностью заполненном рациональными числами, нашлось место для бесконечного множества иных, принципиально не сводимых к рациональным, чисел. Исчисление бесконечно малых величин, изобретенное в XVII веке Ньютоном и Лейбницем, позволило физикам работать с мгновенными скоростями (тело одновременно находится, и уже не находится в данной точке пространства), благодаря чему были заложены основы классической механики. Использование Максвеллом математического аппарата дифференциальных уравнений в частных производных позволило ему построить теорию электромагнитного поля – особого физического объекта, радикально изменившего представления ученых о структуре физической реальности. Общую теорию относительности, лежащую в основе современной космологии, Эйнштейн и смог создать, благодаря применению аппарата тензорного исчисления. И подобных примеров можно привести очень много.

В XX веке математика стремительно превращалась в инструмент исследования физической реальности, подобный ускорителям, электронным микроскопам и другим приборам экспериментаторов. Теоретики все чаще вводили в физику объекты с совершенно фантастическими свойствами, а для работы с ними изобретали соответствующий математический аппарат. Так, для описания пространственной плотности физических величин, сосредоточенных в одной точке, Дирак придумал дельта-функцию, которая, за исключением одной точки, равна нулю на всей числовой оси. При этом определенный интеграл от нее, взятый от  $-\infty$  до  $+\infty$ , равен 1.

Ну, а в шуточной форме эти особенности применения математики в физике Березинский описал так: «в основе теоретической работы лежат ясные, упрямые и понятные экспериментальные факты. Уже в середине работы теоретик основательно запутывает и затемняет их всяческими рассуждениями и математическими формулами, а к концу он может свободно выуживать из этого моря математики те выводы, которые он собирался получить с самого начала. Лучше всего, если эти выводы нельзя проверить экспериментально». (Физики... С. 296–297.) Именно после этого описания Березинский рассказал, в качестве иллюстрации, историю про «отрицательных» рыб Дирака.

### ***Фаза Березинского***

В заключение несколько фактов из биографии Вадима Львовича Березинского (1935–1980). Уроженец Киева, он в 1959 году окончил физический факультет МГУ, а в 1963 году – аспирантуру МИФИ. К сожалению, несмотря на полученное им блестящее образование, Вадим Львович очень долго не мог начать работать как физик-теоретик, во всяком случае – официально. В 1963 году, в год выхода в свет эссе о физиках-теоретиках, В.Л. Березинский начал работать в Московском текстильном (это, увы, не шутка!) институте, а с 1968 года – в НИИ Теплоприбор.

Тем не менее, теоретическая физика не была забыта. В.Л. Березинский активно работает, преимущественно в области физики твердого тела, публикуется в таких авторитетных журналах, как ЖЭТФ (Журнал экспериментальной и теоретической физики) и Письма в ЖЭТФ. Его наиболее важные работы относятся к теории фазовых переходов в двумерных системах и теории локализации в неупорядоченных одномерных проводниках. В 1971 году В.Л. Березинский становится кандидатом физико-математических наук. Защита диссертации на тему «Низкотемпературные свойства двумерных систем с непрерывной группой симметрии» проходила в Институте теоретической физики имени Л.Д. Ландау АН СССР. Однако сотрудником этого института (*младшим* научным сотрудником) В.Л. Березинский смог стать лишь в 1977 году, и лишь незадолго до смерти он был удостоен звания старшего научного сотрудника. В 1980 году Вадим Львович умер после продолжительной болезни, не дожив трех недель до своего 45-летия. Как писали друзья ученого, его болезнь, скорее всего, была

следствием жизненных невзгод. (Памяти Вадима Львовича Березинского. Успехи физических наук. Т. 133, вып. 3, 1981.)

Говоря о научных достижениях ученого, необходимо отметить то, что в 1960-е годы В.Л. Березинский первым применил топологические методы для изучения фазовых переходов в двумерных системах и предсказал ряд необычных физических свойств двумерных систем. В.Л. Березинскому принадлежит открытие в двумерных системах низкотемпературной фазы нового типа – фазы Березинского. Он также обнаружил важную роль топологических конфигураций (вихрей) в фазовом переходе из этой фазы в высокотемпературную. Было показано, что в фазе Березинского вихри объединены в «молекулы», распад которых при критической температуре и приводит к фазовому переходу.

О том, насколько работы В.Л. Березинского оказались важны для последующего развития физики, говорит два факта. В 2007 году была издана диссертация ученого (Березинский В.Л. Низкотемпературные свойства двумерных систем с непрерывной группой симметрии/Пред. А.М. Полякова и В.Л. Покровского. – М.: Физматлит, 2007.) А в 2016 году американским ученым Дэвиду Таулесу, Дункану Халдейну и Джону Костерлицу была присуждена Нобелевская премия по физике за теоретическое открытие топологических фазовых переходов и топологических фаз материи. Эти исследования относятся к физике конденсированного состояния вещества, и в значительной степени связаны с фазовым переходом Березинского–Костерлица–Таулеса, математическое описание которого впервые предложил в 1960-е годы Вадим Львович Березинский. Такая, вот, история о том, как жил, работал и шутил физик-теоретик.