**Вопросы к зачету по курсу**

**Флуктуации в природе и культуре**

**Билет 1. Флуктуирующие величины и их распределения**.

Постройте гистограммы распределений вероятностей для заданных случайных величин и определите, у какой из них больше дисперсия. Проверьте нормировку.

Приведите пример флуктуирующей величины и опишите причины ее неоднозначности. Что может приводить к увеличению и уменьшению ее дисперсии?

Изобразите некоторую периодическую структуру, например, орнамент, с малой, еле заметной, ошибкой, нарушающей периодичность.

**Билет 2. Распределение Пуассона и нормальное распределение.**

Найдите распределение числа частиц в выделенном объеме. Постройте гистограмму. Проверьте нормировку.

Найдите математическое ожидание и дисперсию для случайной величины, распределенной по закону Пуассона, распределенной по нормальному закону

Приведите примеры из литературы, когда большие отклонения от среднего значения какой-либо характеристики персонажа играли существенную роль в развитии событий: Дюймовочка (рост), Шерлок Холмс (ум), Обломов (лень).

**Билет 3. Дискретные марковские процессы и время корреляции.**

Запишите управляющее уравнение для процесса распада атома и сравните с уравнением для процесса Пуассона.

Найдите примеры изменяющихся дискретных величин в истории и литературе (например, число крупных городов, входивших в состав Византийской империи; число сопровождающих Фродо). При каком условии изменение этого числа можно считать марковским?

Изобразите свой вариант лабиринта для жука и посчитайте вероятности переходов.

**Билет 4. Положительная и отрицательная периодичность процессов и структур.**

Броуновская частица совершает переходы между двумя потенциальными ямами под действием тепловых шумов. При этом она большую часть времени находится в той или другой потенциальной яме, причем, чем глубже яма, тем дольше среднее время пребывания в ней частицы. Импульсный процесс описывает переходы через потенциальный барьер в ту или иную сторону. Постройте график импульсного процесса. Рассмотрите так же случай двух ям одинаковой глубины.

Приведите примеры стихотворений (1) с простым периодическим ритмом; (2) наоборот, верлибр, где почти никакой периодичности нет; (3) наиболее удачное, на Ваш взгляд, стихотворение с точки зрения периодичности ритма.

Рассмотрите, как удается избежать унылой периодичности в дизайне знаменитых лестниц и оград.

**Билет 5. Случайные блуждания и диффузия.**

Частица делает скачки длиной в 1 сантиметр. После каждого скачка она меняет направление движения случайным образом. Найдите с помощью вычислений или экспериментально, на какое в среднем расстояние она удалится от точки начала движения за 25 шагов, за 36 шагов, за 49 шагов.

Три танцора делают одинаковые прыжки влево и вправо. Первый, прыгнув вправо, прыгает влево, потом опять вправо и т.д. Второй после каждого прыжка забывает, куда он прыгал, и прыгает с равными вероятностями влево или вправо. Третий тоже забывает, но прыгает вправо вдвое чаще, чем влево. Какого танцора будет проще найти после 100 прыжков? Какого труднее?

Опишите ваши наблюдения за перемещениями ищущих еду насекомых или работающего робота-пылесоса

**Билет 6. Температура и энтропия.**

Найдите информацию, заключенную в 4-х ответах на вопросы, предполагающие ответы "Да" и "Нет". Причем, во всех вопросах вероятность ответа "Да" вдвое больше вероятности ответа "Нет".

Объясните с точки зрения понятия температуры следующий опыт.

Рассмотрим банку с песком, на дно которой мы положили пинг-понговый шарик. Будем мелко трясти эту банку, как если бы у нас был алкогольный тремор. При этом шарик окажется на поверхности. Он в самом буквальном смысле всплыл. Наши случайные сотрясения банки заставили песчинки двигаться хаотически, как бы участвовать в макроскопическом тепловом движении. Песок, который сначала проявлял свойства твердого тела, стал жидкостью. Нагрелся и "растаял".

Изобразите какой-нибудь природный объект (например, цветок, дерево или пейзаж), состоящий из нескольких частей. Затем изобразите эти части предмета (а) уложенными в идеальном порядке, (б) разбросанными по листу в состоянии максимального хаоса. Получилось смешно или жутковато?

**Билет 7. От динамического хаоса к белому шуму.**

Преобразование пекаря состоит из однородного сжатия квадрата в 2 раза в вертикальном направлении и растяжения в горизонтальном. Далее правую половину следует отрезать и положить на левую. Так поступает пекарь, чтобы сделать слоеное тесто. Для этого преобразования найдите показатель Ляпунова.

Приведите примеры мелочей, определивших развитие приключенческого сюжета или хода истории.

Изобразите природные объекты или артефакты, в основе которых ветвящиеся структуры.

**Билет 8. Математические бильярды.**

Вычислите среднюю длину свободного пробега частицы в двумерном хаотическом бильярде.

Опишите механизмы возникновения положительной и отрицательной периодичности соударений бильярдной частицы с фрагментом стенки бильярда в зависимости от формы границ.

Изобразите предмет, в основе дизайна которого лежит траектория частицы в бильярде.

**Билет 9. Уравнения Фоккера-Планка и Стохастическое дифференциальное уравнение.**

Докажите, что стационарным решением уравнения Фоккера-Планка для скорости броуновской частицы будет распределение Максвелла.

Покажите соотношение сил порядка (культурный герой) и хаоса (трикстер) в мифах (Аполлон и Дионис; Тор и Локи), или литературных произведениях (Малыш и Карлсон).

Изобразите траекторию движения робота-пылесоса, состоящую из аккуратных раскручивающихся спиралей и длинных прямых пробегов в случайном направлении. Красиво это выглядит? Эффективна ли такая стратегия уборки в комнате с неизвестной обстановкой?

**Билет 10. Стохастический резонанс и оптимальный уровень шума.**

Запишите СДУ для бистабильной системы под воздействием гармонического возмущения.

Опишите движение частицы в бистабильной системе без периодического сигнала как дискретный марковский процесс. Постройте приближенный график переходов из одной ямы в другую. От каких параметров зависит частота этих переходов?

Расположите известные Вам архитектурные стили в порядке возрастания разброса основных размеров и пропорций и, соответственно, уменьшения строгости канонов. Есть ли тут эффект стохастического резонанса, то есть некоторого оптимального уровня случайности?

**Билет 11. Аппаратные генераторы случайных чисел традиционные и современные.**

Предложите новый способ генерации случайных чисел и докажите его преимущества перед существующими.

Опишите, каким, на Ваш взгляд, было влияние азартных игр на дворянское общество в XIX веке?

Постройте некоторое изображение так, что часть его выполняется на Ваше усмотрение, а для некоторых шагов Вы бросаете кубик и продолжаете в зависимости от его показаний.

**Билет 12. Положительная роль шума в природе и культуре.**

Для повышения честности анонимного социологического опроса иногда используют случайность. Предлагают отвечающему поступать так: "Бросаете кубик, если 1 --- отвечайте "да", если 6 --- отвечайте "нет", если другое, отвечайте, как считаете нужным". Как из получившегося результата получить правильные данные?

Возьмите короткий, хорошо известный текст (например, "Наша Таня громко плачет...") и добавьте в него много случайных деталей. Что произошло с текстом?

Сравните эти два стихотворения Ахматовой «Мне ни к чему одические рати» и Маяковского «Поэзия — та же добыча радия». Может ли у них быть что-то общее?