|  |
| --- |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное  учреждение высшего образования  Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова |

Физический факультет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**(межфакультетского учебного курса)**

**Флуктуации в природе и культуре**

**Fluctuations in nature and culture**

*наименование дисциплины*

**Уровень высшего образования:** бакалавриат, магистратура, специалитет

**Направление подготовки:** все направления

*(код и название направления)*

**Профиль (направленность) ОПОП:** все

*(название направленности)*

Форма обучения: очная

**Автор:**

Чичигина Ольга Александровна

Москва 2023

**1. Цель освоения дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:**

Дисциплина направлена на формирование у студента компетенций:

– способен описывать флуктуирующие величины, вычисляя их статистические характеристики и сопоставляя с имеющимися математическими моделями случайных величин

– способен самостоятельно строить математические модели для широкого круга флуктуационных явлений

– способен использовать стохастические методы в исследованиях и творчестве.

**2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО:**

Дисциплина **«Флуктуации в природе и культуре»** относится к вариативной части (математическому, естественно-научному, гуманитарному, искусствоведческому, социальному и экономическому блокам) основной профессиональной образовательной программы высшего образования по всем направлениям бакалавриата, магистратуры и специалитета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Период – **1 (один) семестр обучения**.

**3. Объем дисциплины составляет:**

Объем дисциплины – 1 з.е. / 36 часов, из которых 24 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (24 часов – занятия лекционного типа), 12 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Вид промежуточной аттестации – **зачет**.

**4. Тематический план: структура дисциплины по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в соответствии с учебным планом)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование**  **разделов и тем дисциплины,**  **Форма промежуточной**  **аттестации по дисциплине** | **Номинальные трудозатраты**  **обучающегося** | | | **Всего академических часов** | **Форма текущего контроля успеваемости[[1]](#footnote-1) \*** |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, академические часы** | | **Самостоя-тельная**  **работа**  **обучаю-**  **щегося,**  **академи-**  **ческие**  **часы** |
| **Занятия**  **лекционного**  **типа** | **Занятия**  **семинарского**  **типа / (в**  **интерактивной форме)** |
| Тема 1. Флуктуирующие величины и их распределения. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 2. Распределение Пуассона и нормальное распределение | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 3. Дискретные марковские процессы и время корреляции. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 4. Положительная и отрицательная периодичность процессов и структур. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 5. Случайные блуждания и диффузия. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 6. Температура и энтропия. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 7. От динамического хаоса к белому шуму. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 8. Математические бильярды. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 9. Уравнения Фоккера-Планка и Стохастическое дифференциальное уравнение. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 10. Стохастический резонанс и оптимальный уровень шума. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 11. Аппаратные генераторы случайных чисел традиционные и современные. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Тема 12. Положительная роль шума в пироде и культуре. | 2 | - | 1 | 3 | З, Э, Г |
| Промежуточная аттестация:  **зачет** |  |  |  |  | З, Э, Г |
| **Итого** | **24** | **-** | **12** | **36** |  |

Формы текущего контроля успеваемости – это: (З) – решение задач, (Э) – написание эссе, (Г) – графическое задание.

**5. Содержание разделов, тем дисциплины: краткое содержание дисциплины (темы** **межфакультетского учебного курса):**

**Раздел I.**

**ОПИСАНИЕ ФЛУКТУАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ**

**Тема 1. Флуктуирующие величины и их распределения**.

Примеры флуктуирующих величин: число частиц в выделенном объеме, длины слов в языках, частота моргания глаза, употребление и-десятеричного, ориентация по сторонам горизонта культовых зданий, эллиптичность птичьих яиц, наклон руки при знакомстве. Гистограмма дискретной случайной величины. Доска Гальтона. Число соударений молекул. Матожидание. Дисперсия. Соревнование кубика и монетки. Перевод на математический язык выражений "авось" и "вряд ли". Флуктуации как кошмар перфекциониста и дизайнерский прием.

**Тема 2. Распределение Пуассона и нормальное распределение**

Максимальная непредсказуемость. Регистрация космических частиц, выход молекул из выделенного объема, соударения броуновской частицы, несчастные случаи, телефонные звонки, гейзеры, водопои антилопы, опечатки, выбросы случайной функции. Структуры с пуассоновской статистикой. Звезды на небе, цветы на лугу, снежинки на варежке, идеальный газ. Число частиц в выделенном объеме. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Случайные точки в дизайне посуды и еды. Античные гадания по птицам. Длина свободного пробега. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей. Экспоненциальное распределение. Равномерное распределение. Центральная предельная теорема. Сумма очков на трех кубиках. Скорости молекул. Флуктуации поршня. Рост и вес людей. Число лисят в помете. Причины отклонения от Гауссова распределения. Рекордно большие и малые величины. Золотая середина. Авторский стиль как отклонение в чем-то от среднестатистического значения. Эксцентричность и юродство. Предельный случай отсутствия флуктуаций.

**Тема 3. Дискретные марковские процессы и время корреляции.**

Жук в лабиринте. Матрица вероятностей переходов. Основное кинетическое уравнение. Телеграфный сигнал, спонтанный распад, блуждание на дискретной решетке, динамика популяции, динамика числа частиц в выделенном объеме, возникновение ветвящихся структур на поверхности графена. Время корреляции. Определение времени корреляции флуктуаций для различных процессов в физике, биологии, спорте, эпидемиологии, истории. Забывчивость в литературных сюжетах. Траектория дискретного блуждания как основа для графической работы.

**Тема 4. Положительная и отрицательная периодичность процессов и структур.**

Интервал между соседними событиями. Процессы восстановления. Вероятность события в единицу времени. Корреляционная функция. Оценка времени корреляции. Процессы с фиксированными точками. Регистрация частиц, излученных периодически, но прошедших через флуктуирующую среду. Сезонные явление. Отклонения от расписания. Полимерные щетки. Паутины. Взмахи хвостом коровы. Периодичность стихотворного ритма. Нарушение периодичности в орнаменте и окраске животных. Лестницы и ограды. Схема Геродота. Точечные структуры со спрятанной периодичностью.

**Тема 5. Случайные блуждания и диффузия.**

Смещение при броуновском движении. Закон квадратного корня. Уравнение диффузии. Связь с дискретным блужданием. Дисперсия блуждающей частицы. Полимерный клубок. Танец удава Каа. Субдиффузия и супердиффузия. Транспортная задача. Перемещения животных. Блуждания слепых крысят. Стратегии оптимального поиска. Полеты Леви. Диффузия феромонов в репродуктивном поведении насекомых. Перемежаемость. Робот-пылесос. Фракталы. Сверхскользкость чешуек графена и блуждания на них. Блуждания литературных героев в лабиринтах. Случайные блуждания в играх.

**Раздел II.**

**ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ**

**Тема 6. Температура и энтропия.**

Новый эталон единицы Кельвина. Количество информации. Энтропия. Информация. Энтропия газа Ван-дер-Ваальса. Связь информации и точности измерения. Второй закон термодинамики. Равновесные и неравновесные процессы. Метастабильные состояния. Продукты моментальной заморозки. Рост сложных структур. Натуральные ткани и искусственные. Второе начало термодинамики в обобщенной формулировке. Демон Максвелла. Селективное возбуждение и другие способы записи информации. Светоиндуцированный дрейф. Литературные примеры описания беспорядка в доме, в мастерской, во внешности героя. Обратимость и необратимость сюжетов. Варьирование реалистичного изображения в сторону большей и меньшей энтропии. От мозаики до Пикассо.

**Тема 7. От динамического хаоса к белому шуму.**

Динамическая система. Степени свободы. Фазовое пространство. Модель Лотки-Вольтерры хищник --- жертва. Механизмы возникновения необратимости. Динамическая неустойчивость. Горка. Подбрасывание закрученного параллелепипеда. Показатель Ляпунова. Перемешивание. Отображение Пуанкаре. Отображение пекаря. Бифуркация. Осциллятор Неймарка. Эффект бабочки. Мелочи, определившие развитие сюжета или хода истории. Мышка в Репке и Курочке Рябе. Мутации. Ветвящиеся структуры в природе и в искусстве. Развилки и перепутья.

**Тема 8. Математические бильярды.**

Разнообразные формы бильярдов. Фазовое пространство бильярда. Длина свободного пробега. Диффузия в газе Лоренца. Бильярды с осциллирующими границами. Столкновение с движущейся стенкой. Ускорение Ферми. Бильярдный демон Максвелла. Кластеры золота на поверхности графена. Тепловой диод. Бильярдный генератор процессов с положительной и отрицательной периодичностью. Диалог бильярдных частиц. Дизайнерские решения на основе траектории бильярдной частицы.

**Тема 9. Уравнения Фоккера-Планка и Стохастическое дифференциальное уравнение.**

Коэффициенты дрейфа и диффузии. Детерминированное и шумовое слагаемые. Белый шум. Виннеровский процесс. Броуновская частица. Флуктуации поршня. Квазистабильные процессы. Процесс нарушения стабильности. Динамика популяции лемингов. Равновесные процессы с положительными и отрицательными случайными импульсами. Стохастическое дифференциальное уравнение для толщины слезной пленки, баланса на зарплатной карте, скорости футбольного мяча, количества пыли на полке, числа мух на спине коровы, глубина лужи. Силы порядка и хаоса в мифологических системах. Культурный герой и трикстер.

**Раздел III.**

**ПРИМЕНЕНИЕ ФЛУКТУАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ И СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН**

**Тема 10. Стохастический резонанс и оптимальный уровень шума.**

Уравнение Фоккера-Планка для бистабильной системы. Время Крамерса. Соотношение сигнал-шум. Оптимальный уровень шума. Органы слуха сверчка. Оптимальное сочетание случайного и закономерного в архитектуре и дизайне. Классицизм --- модерн --- биотек. Мундир --- бизнесс стиль --- кэжуал --- панк винтаж. Рифма как источник случайности и смысла. Слишком случайное и слишком закономерное в истории. Анархия и тоталитарный режим. Переход от геометрической фигуры к животному у Эшера.

**Тема 11. Аппаратные генераторы случайных чисел традиционные и современные.**

Псевдослучайные числа. От игральных костей до квантового компьютера. Физические принципы возникновения случайности в рулетке, лототроне, игральной кости, стопке экзаменационных билетов. Формулы для этих генераторов. Современные методы генерации случайных чисел. Регистрация космических частиц. Тепловые и атмосферные шумы. Лавовые лампы. Случайные числа как товар. Считалки и жеребьевки.

**Тема 12. Положительная роль шума в природе и культуре.**

Рост наноструктур. Оптимальные температуры для жизни. Броуновские моторы. Активные броуновские частицы. Отрицательное трение. Пароли шифры и коды. Тесты и головоломки. Игры. Основные выводы теории игр. Поисковые стратегии. Стечения обстоятельств в сюжете. Спонтанность в юмористическом произведении. Английский нонсенс. Неологизмы и окказионализмы. Удачные стечения обстоятельств и чудеса.

**6. Перечень вопросов для подготовки к зачету**

**Тема 1. Флуктуирующие величины и их распределения**.

Постройте гистограммы распределений вероятностей для заданных случайных величин и определите, у какой из них больше дисперсия. Проверьте нормировку.

Приведите пример флуктуирующей величины и опишите причины ее неоднозначности. Что может приводить к увеличению и уменьшению ее дисперсии?

Изобразите некоторую периодическую структуру, например, орнамент, с малой, еле заметной, ошибкой, нарушающей периодичность.

**Тема 2. Распределение Пуассона и нормальное распределение.**

Найдите распределение числа частиц в выделенном объеме. Постройте гистограмму. Проверьте нормировку.

Найдите математическое ожидание и дисперсию для случайной величины, распределенной по закону Пуассона, распределенной по нормальному закону

Приведите примеры из литературы, когда большие отклонения от среднего значения какой-либо характеристики персонажа играли существенную роль в развитии событий: Дюймовочка (рост), Шерлок Холмс (ум), Обломов (лень).

**Тема 3. Дискретные марковские процессы и время корреляции.**

Запишите управляющее уравнение для процесса распада атома и сравните с уравнением для процесса Пуассона.

Найдите примеры изменяющихся дискретных величин в истории и литературе (например, число крупных городов, входивших в состав Византийской империи; число сопровождающих Фродо). При каком условии изменение этого числа можно считать марковским?

Изобразите свой вариант лабиринта для жука и посчитайте вероятности переходов.

**Тема 4. Положительная и отрицательная периодичность процессов и структур.**

Броуновская частица совершает переходы между двумя потенциальными ямами под действием тепловых шумов. При этом она большую часть времени находится в той или другой потенциальной яме, причем, чем глубже яма, тем дольше среднее время пребывания в ней частицы. Импульсный процесс описывает переходы через потенциальный барьер в ту или иную сторону. Постройте график импульсного процесса. Рассмотрите так же случай двух ям одинаковой глубины.

Приведите примеры стихотворений (1) с простым периодическим ритмом; (2) наоборот, верлибр, где почти никакой периодичности нет; (3) наиболее удачное, на Ваш взгляд, стихотворение с точки зрения периодичности ритма.

Рассмотрите, как удается избежать унылой периодичности в дизайне знаменитых лестниц и оград.

**Тема 5. Случайные блуждания и диффузия.**

Частица делает скачки длиной в 1 сантиметр. После каждого скачка она меняет направление движения случайным образом. Найдите с помощью вычислений или экспериментально, на какое в среднем расстояние она удалится от точки начала движения за 25 шагов, за 36 шагов, за 49 шагов.

Три танцора делают одинаковые прыжки влево и вправо. Первый, прыгнув вправо, прыгает влево, потом опять вправо и т.д. Второй после каждого прыжка забывает, куда он прыгал, и прыгает с равными вероятностями влево или вправо. Третий тоже забывает, но прыгает вправо вдвое чаще, чем влево. Какого танцора будет проще найти после 100 прыжков? Какого труднее?

Опишите ваши наблюдения за перемещениями ищущих еду насекомых или работающего робота-пылесоса

**Тема 6. Температура и энтропия.**

Найдите информацию, заключенную в 4-х ответах на вопросы, предполагающие ответы "Да" и "Нет". Причем, во всех вопросах вероятность ответа "Да" вдвое больше вероятности ответа "Нет".

Объясните с точки зрения понятия температуры следующий опыт.

Рассмотрим банку с песком, на дно которой мы положили пинг-понговый шарик. Будем мелко трясти эту банку, как если бы у нас был алкогольный тремор. При этом шарик окажется на поверхности. Он в самом буквальном смысле всплыл. Наши случайные сотрясения банки заставили песчинки двигаться хаотически, как бы участвовать в макроскопическом тепловом движении. Песок, который сначала проявлял свойства твердого тела, стал жидкостью. Нагрелся и "растаял".

Изобразите какой-нибудь природный объект (например, цветок, дерево или пейзаж), состоящий из нескольких частей. Затем изобразите эти части предмета (а) уложенными в идеальном порядке, (б) разбросанными по листу в состоянии максимального хаоса. Получилось смешно или жутковато?

**Тема 7. От динамического хаоса к белому шуму.**

Преобразование пекаря состоит из однородного сжатия квадрата в 2 раза в вертикальном направлении и растяжения в горизонтальном. Далее правую половину следует отрезать и положить на левую. Так поступает пекарь, чтобы сделать слоеное тесто. Для этого преобразования найдите показатель Ляпунова.

Приведите примеры мелочей, определивших развитие приключенческого сюжета или хода истории.

Изобразите природные объекты или артефакты, в основе которых ветвящиеся структуры.

**Тема 8. Математические бильярды.**

Вычислите среднюю длину свободного пробега частицы в двумерном хаотическом бильярде.

Опишите механизмы возникновения положительной и отрицательной периодичности соударений бильярдной частицы с фрагментом стенки бильярда в зависимости от формы границ.

Изобразите предмет, в основе дизайна которого лежит траектория частицы в бильярде.

**Тема 9. Уравнения Фоккера-Планка и Стохастическое дифференциальное уравнение.**

Докажите, что стационарным решением уравнения Фоккера-Планка для скорости броуновской частицы будет распределение Максвелла.

Покажите соотношение сил порядка (культурный герой) и хаоса (трикстер) в мифах (Аполлон и Дионис; Тор и Локи), или литературных произведениях (Малыш и Карлсон).

Изобразите траекторию движения робота-пылесоса, состоящую из аккуратных раскручивающихся спиралей и длинных прямых пробегов в случайном направлении. Красиво это выглядит? Эффективна ли такая стратегия уборки в комнате с неизвестной обстановкой?

**Тема 10. Стохастический резонанс и оптимальный уровень шума.**

Запишите СДУ для бистабильной системы под воздействием гармонического возмущения.

Опишите движение частицы в бистабильной системе без периодического сигнала как дискретный марковский процесс. Постройте приближенный график переходов из одной ямы в другую. От каких параметров зависит частота этих переходов?

Расположите известные Вам архитектурные стили в порядке возрастания разброса основных размеров и пропорций и, соответственно, уменьшения строгости канонов. Есть ли тут эффект стохастического резонанса, то есть некоторого оптимального уровня случайности?

**Тема 11. Аппаратные генераторы случайных чисел традиционные и современные.**

Предложите новый способ генерации случайных чисел и докажите его преимущества перед существующими.

Опишите, каким, на Ваш взгляд, было влияние азартных игр на дворянское общество в XIX веке?

Постройте некоторое изображение так, что часть его выполняется на Ваше усмотрение, а для некоторых шагов Вы бросаете кубик и продолжаете в зависимости от его показаний.

**Тема 12. Положительная роль шума в природе и культуре.**

Для повышения честности анонимного социологического опроса иногда используют случайность. Предлагают отвечающему поступать так: "Бросаете кубик, если 1 --- отвечайте "да", если 6 --- отвечайте "нет", если другое, отвечайте, как считаете нужным". Как из получившегося результата получить правильные данные?

Возьмите короткий, хорошо известный текст (например, "Наша Таня громко плачет...") и добавьте в него много случайных деталей. Что произошло с текстом?

Сравните эти два стихотворения Ахматовой и Маяковского. Может ли у них быть что-то общее?

**7. Ресурсное обеспечение:** п**еречень основной и дополнительной литературы**

**Основная литература:**

Чичигина О.А. Флуктуационные процессы

<http://www.ilc.edu.ru/learning/multimedia/FPAllbook.pdf>

Сайт статистической физики cmcstatphys.ilc.edu.ru

Стратонович Р.Л., Полякова М.С., Элементы молекулярной физики,

термодинамики и статистической физики. 1981.

**Дополнительная литература:**

Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А., Молекулярная физика.

М.: ФИЗМАТЛИТ, серия "Университетский курс общей физики".

**8. Преподаватели дисциплины:**

**Чичигина Ольга Александровна**

1. Формы текущего контроля успеваемости – это: (З) – решение задач, (Э) – написание эссе, (Г) – графическое задание. [↑](#footnote-ref-1)