Межфакультетский курс

**«Математика для нематематиков»**

(Mathematics for non-mathematicians)

(осенний семестр 2023-2024 уч. г., 24 часа, зачет)

Лекторы:

Боровских Алексей Владиславович,

(aleksey.borovskikh@math.msu.ru)

д.ф.-м.н., профессор кафедры дифференциальных уравнений

механико-математического факультета;

Межевова Юлия Владимировна,

(mezhevova@mail.ru)

cтарший преподаватель кафедры математического анализа

механико-математического факультета

**Программа зачета**

1. Сравнение (больше/меньше). Сравнение вещей и их характеристик. Величина. Равенство величин. Идеализация понятия величины. Соразмерение величин и пропорции.

2. Реальные величины. Измерение величин. Точность измерения. Разница между физическим и математическим (абстрактным) понятием величины.

3. Идеальные средства мышления. Идеальные объекты. Идеальная величина. Несоизмеримость величин. Прямая линия как средство расширения понятия числа. Отношения между числами и точками на прямой. Бесконечные десятичные дроби как средство представления геометрической точки. Числа π и e как результаты предельных идеализаций.

4. Непрерывность движения. Почему время изображается геометрической линией. Понятие непрерывной величины. Дискретные и непрерывные величины как две альтернативных идеализации. Переменная величина как мыслимая произвольность.

5. Направленные величины. Декомпозиция сложной величины на простые и композиция величин. Вектор, его геометрическая и аналитическая форма.

6. Однородные величины. Отношения между единицами измерения. Система измерения величин. Понятие характерного масштаба, малой и большой величины. «Замораживание» и усреднение величин нехарактерного масштаба, условный характер этих процедур.

7. Пропорции. Коэффициент пропорциональности как производная величина. Парциальные пропорциональности (от закона Гука к модулю Юнга). Переменная пропорция и предельное отношение. Принцип размерности. Дифференциалы как идеализация «замораживания».

8. Связь между величинами. Случайность и детерминированность в связи величин. Причинность и связь. Функциональная зависимость. Математическое понятие функции как идеализация. Непрерывные и дискретные функции. Функции множества, плотности и интегральные величины.

9. Способы задания связи между величинами. Переходы от табличной формы к графической и аналитической и наоборот. Функция «в малом» и полиномы. Интерполяция сплайнами. Гармонические колебания и приближение тригонометрическими функциями.

10. Числа Фибоначчи. Итерации, принцип геометрической прогрессии, решение рекуррентного соотношения. Как может быть «√5 кроликов»? Общие рекуррентные соотношения и квадратные уравнения. Мнимая единица и комплексные числа как инструментальные математические средства.

11. Комплексные числа как формальная операциональная система. Решение уравнений в комплексных числах. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операций с ними.

12. Дифференциалы и отношения между ними. Дифференциальные уравнения, вывод и решение дифференциальных уравнений.

13. Функциональная зависимость как выражение связи между различными величинами. Основные качественные характеристики функции: монотонности, экстремумы, область (диапазон) задания, область (диапазон) значений, особые точки, асимптотическое поведение.

14. Понятие производной функции. Операции дифференцирования и интегрирования. Преобразования функций. Связь между функциями. Чем связь между величинами отличается от связи между функциями?

15. Формула и график как две ипостаси математической функциональной зависимости. Различаемое и неразличаемое в графике функции, понятие разрешения.

16. Дискретные данные и функции. Интерполяция и экстраполяция функций. Интерполяция полиномами, тригонометрическими полиномами и сплайнами. Экстраполяция. Разложение в ряд как идеализации процедуры экстраполяции.

17. Колебания. Уравнение колебаний. Амплитуда, фаза, частота.

18. Дифференциальное уравнение и рекуррентное соотношение. Квадратный трехчлен. Характеристическое уравнение. Идея декомпозиции сложного поведения на простые.

19. Многомерность. Вектор как средство представления большого набора данных. Представление непрерывной и дискретной динамики векторных величин. Матрицы. Системы дифференциальных уравнений и итерационные процессы. Простые формы динамики, декомпозиция сложной динамики на простые.

20. Идеализация континуума. Доска Гальтона, переход от биномиального распределения к гауссовскому. Что удобнее – 1023 обыкновенных дифференциальных уравнений или одно, но с частными производными?

21. «Все есть колебание». Разложение на простые колебания. Мнимая экспонента вместо синусов и косинусов. Комплексная амплитуда. Преобразование Фурье. Представление процесса как совокупности колебаний. Спектр.