

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
вышего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет Вычислительной математики и кибернетики



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МОДУЛЬ»

Наименование дисциплины:

Межфакультетский курс «Неархimedов анализ в информатике, физике, биологии»

код и наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:

*бакалавриат, магистратура, специалитет*

*указывается: бакалавриат, магистратура или специалитет*

Направление подготовки (специальность):

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП:

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения:

Очная с использованием дистанционных образовательных технологий

*очная, очно-заочная, заочная*

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
на заседании Ученого совета факультета  
(протокол № 1, 20.01.2023)

*На обратной стороне титула:*

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки программ бакалавриата, магистратуры, специалитета.

- Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП реализуется в рамках МФК.
- Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия: Требуются знания в области представления чисел в различных системах счисления, знания математического анализа (сходимость, непрерывность, дифференцирование), начал теории чисел (вычеты по модулю).
- Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников (коды)	Индикаторы (показатели) достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), сопряженные с компетенциями
<b>Новая УК ОС МГУ</b> Способен осуществлять коммуникацию, поиск, обработку и анализ данных с применением цифровых инструментов, в том числе с элементами программирования и технологий искусственного интеллекта.	УК-Н (Ин.1ук) Знает основные понятия и методы р-адического анализа и р-адической динамики  УК-Н (Ин.2ук) Умеет применять стандартные алгоритмы и средства р-адического анализа и р-адической динамики для решения задач в области информатики, а также в специальных областях физики и биологии  УК-Н (Ин.3ук) Владеет методами р-адического анализа и р-адической динамики для решения профессиональных задач	<p><b>Знать:</b> основные понятия и методы р-адического анализа и р-адической динамики, а именно, что такое кольцо целых р-адических чисел, его арифметические и топологические свойства как метрического пространства, определение производной функции на этом пространстве, лемму Гензеля, как задается вероятностная мера на этом пространстве, как связаны детерминированные функции с неэкспансивными функциями, критерий сохранения меры неэкспансивными функциями</p> <p><b>Уметь:</b> применять стандартные алгоритмы и средства р-адического анализа и р-адической динамики для решения задач в области информатики, а также в специальных областях физики и биологии, а именно, уметь представлять основные команды процессора в виде 2-адических неэкспансивных функций, производить вычисления в кольце целых р-адических чисел, решать простые уравнения на кольце целых р-адических чисел с помощью леммы Гензеля, определять на основе критерия сохранения меры для неэкспансивных функций обратим ли автомат или нет.</p> <p><b>Владеть:</b> методами р-адического анализа и р-адической динамики для решения профессиональных задач, а именно, анализировать поведение простейших программ без ветвления с помощью аппарата 2-адического анализа, моделировать простейшие открытые физические системы (чистые и смешанные состояния, коллапс волновой функции) с помощью р-адического анализа, моделировать в простейших случаях работу рибосомы в терминах преобразования пространства целых 2-адических чисел.</p>

4. Объем дисциплины (модуля) 1 з.е., в том числе 24 академических часа на контактную работу обучающихся с преподавателем, 12 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

5. Формат обучения: очное обучение с использованием *дистанционных образовательных технологий*

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе						Самостоятельная работа обучающегося <i>Виды самостоятельной работы, часы*</i>
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Всего	Работа в среде электронного обучения	
Тема 1. Основные понятия р-адической теории (арифметика целых р-адических чисел)	6	4				4	2	2
Тема 2. Основные понятия р-адического анализа. «Закон причинности» и его представление как р-адической функции.	6	4				4	2	2
Тема 3. Системы с дискретным временем	6	4				4	2	2
Тема 4. Программы без ветвления как 2-адические динамические системы. Случайность и псевдослучайность.	9	6				6	3	3

Тема 5. Каузальные функции в криптографии, р-адической физике и биологии	9	6				6	3	3
<b>Итого:</b>	<b>36</b>	<b>24</b>				<b>24</b>	<b>12</b>	<b>12</b>

\* Текущий контроль успеваемости может быть реализован в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций

\*\* Практическая подготовка (при наличии) осуществляется на базе ... (указать – структурное подразделение МГУ или организацию (предприятие), практическая подготовка на базе которого осуществляется на основании Договора)

\*\*\* Часы на проведение промежуточной аттестации выделяются из часов самостоятельной работы обучающегося.

## 7. Фонд оценочных средств для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)		СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ	ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)			
<b>Знать:</b>			2 (не зачленено)	3 (зачленено)	4 (зачленено)	5 (зачленено)
Основные понятия р-адической арифметики	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания	
Основные понятия р-адического анализа	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания	
Основные понятия теории систем с дискретным временем	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания	
Основные понятия р-адической динамики и основы их применения к анализу систем с дискретным временем	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания	
Стандартные алгоритмы проверки систем с	Тестирование	Отсутствие	Фрагментарные	Общие, но не	Сформированные	

дискретным временем на обратимость		знаний	знания	структурированные знания	систематические знания
Основные сведения о связи систем с дискретным временем с системами с непрерывным временем	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Уметь</b>					
Применять методы и средства р-адического анализа для представления систем с дискретным временем в виде р-адических функций	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Применять стандартные алгоритмы и средства р-адической динамики для анализа поведения систем с дискретным временем	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Использовать методы и средства р-адического анализа для решения профессиональных задач	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Владеть</b>					
методами и технологиями использования средств р-адического анализа для решения профессиональных задач, формулируемых в терминах систем с дискретным временем.	Тестирование	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания

Типовые задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

#### *Примерные тестовые задания*

Вопрос 1.

Представьте  $\frac{2}{3}$  в виде целого 2-адического числа. Проверьте результат на программистском калькуляторе.

Вопрос 2.

Найдите 5-адический квадратный корень из  $(-1)$  с точностью до 4 знаков.

Вопрос 3

Как выглядят рациональные числа, являющиеся 2-адическими целыми числами?

Вопрос 4

Приведите пример целого 2-адического числа, не являющегося действительным числом.

Вопрос 5

Найдите производную функции  $(x) \text{ AND } (17)$ , где AND --- поразрядное логическое «И»

Вопрос 6

Обратима ли система с дискретным временем, представимая в виде 2-адической функции  $f(x)=1+x+2((x) \text{ AND } (17))$  ?

Вопрос 8

Сколько состояний у минимальной системы, отвечающей 2-адической функции  $f(x) = -x/3$ ?

Вопрос 9

Как выглядит «непрерывный» образ дискретной системы, отвечающей 2-адической функции  $f(x)=x(((x)\text{AND}(1))-((\text{NOT}(x))\text{AND}(1)))$ ?

Вопрос 10

Объясните, почему система, отвечающая функции, являющейся многочленом с целыми коэффициентами, является «непрерывной» и «дискретной» одновременно.

Вопросы к зачету:

1. Как задаются основные арифметические операции над  $p$ -адическими числами, представленными в канонической форме?
2. Аксиома Архимеда: для каких чисел она выполняется, для каких нет?
3. Как выглядит  $p$ -адический треугольник?
4. Из скольких  $p$ -адических шаров состоит  $p$ -адическая сфера?
5. Что такое  $p$ -адическая сходимость?
6. Дать определение  $p$ -адической производной.
7. Задание систем с дискретным временем  $p$ -адическими функциями.
8. Условия обратимости систем с дискретным временем.
9. Диаграмма состояний системы с дискретным временем.
10. Представление базисных команд процессора 2-адическими функциями.
11. Таблица производных базисных команд процессора.
12. Представление программ без ветвления 2-адическими функциями.
13. Псевдослучайные последовательности, порождаемые  $p$ -адическими функциями.
14. Каузальные функции дискретного времени в физике.
15. 2-адическая функция, отвечающая рибосоме.

8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной учебной литературы
  - Основная литература
    1. Каток С.Б. р-адический анализ в сравнении с вещественным. –М.: МЦНМО, 2004
    2. Коблиц Н. р-адические числа, р-адический анализ и дзета-функции. - М.: Мир, 1982.
    3. Хренников А.Ю. Неархимедов анализ и его приложения. – М.: Физматлит, 2003
    4. Анашин В.С. Неархимедов анализ, Т-функции и криптография. М. МаксПресс, 2006 (на англ.яз.)
  - Дополнительная литература
    1. В.Анашин, А.Хренников. Прикладная алгебраическая динамика. DeGruyter, Berlin-NY, 2009, 557 стр. (на англ.яз.)
    2. В.С.Владимиров, И.В.Волович, Е.И.Зеленов, р-Адический анализ и математическая физика, Москва, Наука, 1994.
- Перечень лицензионного программного обеспечения
- Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
  - 1. Российская национальная библиотека (РНБ). [www.hbl-russia.ru](http://www.hbl-russia.ru) <http://www.nlr.ru>.
  - 2. Российская государственная библиотека (РГБ). <http://www.rsl.ru>.
  - 3. ИСТИНА <https://istina.msu.ru/profile/vs-anashin/>
  - 4. ReserchGate <https://www.researchgate.net/profile/Vladimir-Anashin>
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости)
- Описание материально-технической базы.

9. Язык преподавания.

Русский

10. Преподаватель (преподаватели).

11. Разработчики программы.

Анашин В.С., д.ф.-м.н., профессор, факультет ВМК МГУ