

# Основы теории оценивания (2022/23 весна)

Введение. Задачи теории оценивания

М. Ю. Попеленский [michael.popelensky@math.msu.ru]

Механико-математический факультет МГУ

15.02.2023

- **Оценка** — приближённое значение величины или параметра, найденное по экспериментальным данным.
- **Оценка (статистическая)** — измеримая числовая функция от выборки, не зависящая от неизвестных параметров распределения элементов выборки.
- **Оценка (оценивание)** — процесс.

# Зачем нужны оценки?

Оценка нужна для принятия решения:

- $u = (\tilde{x})$ ;
- управленческих.

# Какие бывают измерения?

- Метрологические измерения.
- Технические измерения.
- Лабораторные измерения.

- Высшая достигнутая точность.
- Большая представительность выборки.
- Тщательная процедура проведения измерения.
- Высокая квалификация персонала.
- Исследования стабильности и достоверности.

- Точность: требования заранее установлены.
- Выборка: небольшая.
- Процедура проведения измерения: быстрая.
- Квалификация персонала: средняя.
- Исследования стабильности и достоверности: нет.

- Средние между метрологическими и техническими.

# Классификация ошибок измерений

- **Личные** — субъективные, зависят от квалификации, степени утомленности оператора.
- **Инструментальные** — возникают вследствие неидеальности измерительных приборов.
  - Систематические.
  - Случайные.
  - Сбои.
- **Внешние** — от влияния внешней среды. *Пример: уличный термометр.*
- **Методические** — вызваны неидеальностью выбранного метода или упрощениями модели. *Пример: диаметр шара.*



# Напольные весы

Зачем? Как?



# Нормальное поле силы тяжести

Формула Гельмерта (нормальное поле силы тяжести):

$$g_0(\varphi, h) = g_e[1 + \beta \sin \varphi + \beta_1 \sin^2 2\varphi] + \beta_0 - 2\omega_0^2 h,$$

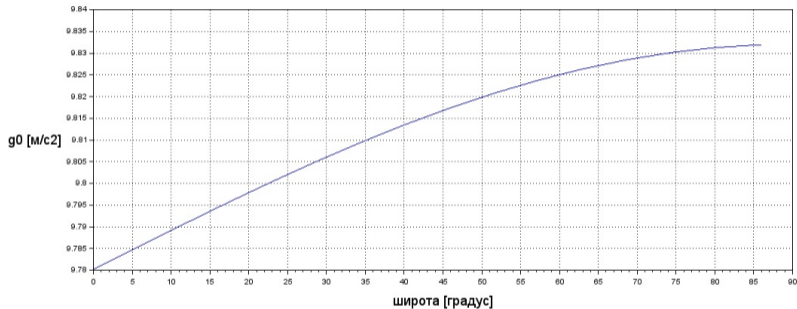
где  $g_e = 9,780327$  м/с<sup>2</sup>,  $\beta = 0,005302$ ,  $\beta_1 = -0,000007$ ,  $\beta_0 = -0,00014$  м/с<sup>2</sup>,  
 $\omega_0 = 0,00123$  с<sup>-1</sup>.

$$g = g_0(\varphi, h) + \Delta g,$$

$\Delta g$  — аномалия в свободном воздухе.

# Зависимость нормальной силы тяжести от широты

На экваторе  
легче.



Модель  $L = \text{const.}$

Измерения

$$z_1 = L + r_1, \quad z_2 = L + r_2, \quad z_3 = L + r_3.$$

# Длина стола: критерий качества

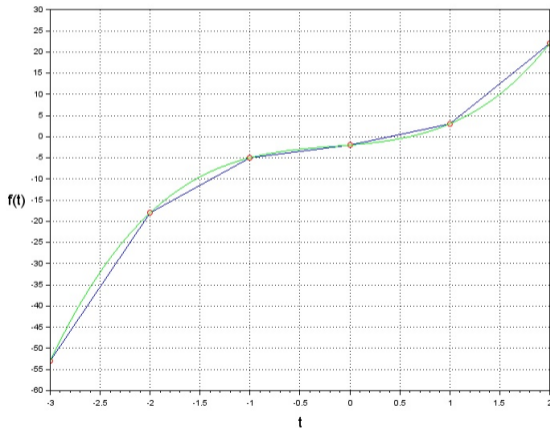
Функционал (критерий качества)

$$J = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 \longrightarrow \min .$$

$$J = (z_1 - L)^2 + (z_2 - L)^2 + (z_3 - L)^2 = 3L^2 - 2L(z_1 + z_2 + z_3) + (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2).$$

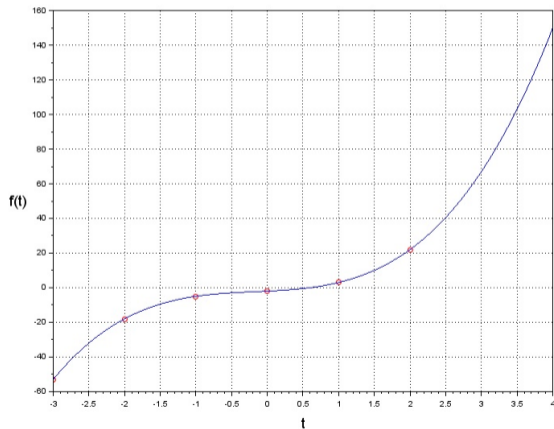
$$\tilde{L} = L_{\min} = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}.$$

**Интерполяция** (от лат. *inter-polis* — «разглаженный, подновлённый, обновлённый; преобразованный») — нахождение неизвестных промежуточных значений некоторой функции, по имеющемуся дискретному набору её известных значений, определенным способом.



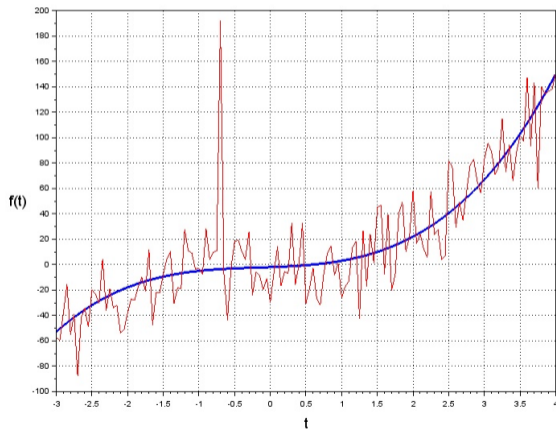
## Экстраполяция

— метод построения оценки, выходящей за пределы исходного диапазона наблюдений, или прогнозирование значений.





**Цифровой фильтр** — любой фильтр, обрабатывающий цифровой сигнал с целью выделения и/или подавления определённых частот этого сигнала.



$$\dot{x}(t) = A(t)x(t),$$

$$x(t_0) = x^*.$$

$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + q(t)$ , где  $q(t)$  — случайный процесс,

$z(t) = H(t)x(t) + r(t)$ , где  $r(t)$  — случайный процесс.