**Факультет** **вычислительной математики и кибернетики**

**Межфакультетский курс**

**«Моделирование случайных процессов и явлений»**

Лекции: **24 часа**

**Лектор:** д.ф.-м.н., профессор **Королев Виктор Юрьевич**

**Аннотация**

Целью освоения дисциплины «Моделирование случайных процессов и явлений» является изучение принципов выбора математических моделей статистических закономерностей в массивах данных, накопленных в результате процессов, протекающих в условиях стохастической неопределенности. Основной упор делается на описание асимптотических аппроксимаций и на энтропийный подход. Излагаются основы теории информации, обсуждается понятие энтропии как меры неопределенности распределений вероятностей. Значительное внимание уделяется обсуждению условий применимости вероятностных моделей и, в частности, условий применимости предельных теорем теории вероятностей. Обсуждаются обобщения классических предельных теорем на выборки случайного объема. Рассматриваются многочисленные примеры построения вероятностных моделей.

**Программа МФК**

**Лекция 1.** Понятия случайности и вероятности. Что под этим подразумевается. Классическое определение вероятности. Простейшие лотереи. Задача об оптимальном дележе ставки. Определение вероятности для конечного числа исходов. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.

**Лекция 2.** Аксиоматика Колмогорова. Элементарные исходы, события, вероятность. Условия практической применимости соответствующих вероятностных моделей. Свойства вероятности.

**Лекция 3.** Стохастическая независимость событий. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.

**Лекция 4.** Случайные величины. Функции распределения. Их типы и свойства. Плотности вероятностей.

**Лекция 5.** Характеристики центра распределения случайной величины. Математическое ожидание, медиана, мода. Квантили. Их свойства.

**Лекция 6.** Характеристики разброса случайных величин. Дисперсия, интерквартильный размах. Их свойства.Ковариация. Коэффициент корреляции как характеристика линейности взаимосвязи случайных величин.

**Лекция 7.** Неравенства Маркова, Чебышева, Гаусса. Правило «трех сигм». Законы больших чисел.

**Лекция 8.** Испытания Бернулли. Биномиальное распределение. Теорема Пуассона. Распределение Пуассона. Редкие события. Представление о пуассоновском процессе.

**Лекция 9.** Теорема Муавра—Лапласа. Нормальное распределение. Примеры применения. Представление о винеровском процессе как модели броуновского движения.

**Лекция 10.** Центральная предельная теорема. Условия Ляпунова и Линдеберга. Условия практической применимости нормального распределения.

**Лекция 11.** Вероятностное определение информации. Энтропия как мера неопределенности. Построение вероятностных моделей на основе принципа неубывания энтропии.

**Лекция 12.** Подходы к построению вероятностных моделей: исторический (эмпирический), асимптотический, информационно-энтропийный. Причины возникновения «тяжелых хвостов».

**Список вопросов по МФК «Математическое моделирование**

**случайных процессов и явлений»**

1. Понятия случайности и вероятности. Что под этим подразумевается.
2. Классическое определение вероятности. Простейшие лотереи.
3. Задача об оптимальном дележе ставки. Определение вероятности для конечного числа исходов.
4. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.
5. Аксиоматика Колмогорова. Элементарные исходы, события, вероятность. Условия практической применимости соответствующих вероятностных моделей.
6. Свойства вероятности.
7. Стохастическая независимость событий.
8. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.
9. Случайные величины.
10. Функции распределения. Их типы и свойства. Плотности вероятностей.
11. Характеристики центра распределения случайной величины. Математическое ожидание, медиана, мода. Квантили. Их свойства.
12. Характеристики разброса случайных величин. Дисперсия, интерквартильный размах. Их свойства.
13. Ковариация. Коэффициент корреляции как характеристика линейности взаимосвязи случайных величин.
14. Неравенства Маркова, Чебышева, Гаусса. Правило «трех сигм».
15. Законы больших чисел.
16. Испытания Бернулли. Биномиальное распределение.
17. Теорема Пуассона. Распределение Пуассона. Редкие события. Представление о пуассоновском процессе.
18. Теорема Муавра—Лапласа. Нормальное распределение. Представление о винеровском процессе как модели броуновского движения.
19. Центральная предельная теорема. Условия Ляпунова и Линдеберга. Условия практической применимости нормального распределения.
20. Вероятностное определение информации. Энтропия как мера неопределенности. Построение вероятностных моделей на основе принципа неубывания энтропии.
21. Подходы к построению вероятностных моделей: исторический (эмпирический), асимптотический, информационно-энтропийный.
22. Причины возникновения «тяжелых хвостов».

**Литература**

В.Ю. Королев, О.В. Шестаков. Вероятностные модели. -- Москва: МАКС Пресс, 2020. 268 с. ISBN 978-5-89407-612-6; 978-5-317-06509-6.