

МФК «Логический анализ языка»

Тема: Логический анализ сложных высказываний.

На предыдущей лекции мы с вами разделили все высказывания на простые (не содержащие в своём составе других высказываний) и сложные (содержащие другие высказывания).

Данная лекция будет посвящена анализу сложных высказываний.

Примерами высказываний такого вида являются:

- а) Москва и Лондон являются столицами.
- б) Нейтрон имеет массу, но в отличие от протона лишен заряда.
- в) Только некоторые студенты являются отличниками.
- г) Уайт никогда не ходит «на дело» без Брауна.

Для примера а) не составляет трудности выявить содержащиеся в нем простые высказывания: «Москва является столицей», «Лондон является столицей».

Для примера б):

«Нейтрон имеет массу», «Нейтрон лишен заряда», «Протон имеет заряд» и, вероятно, можно выделить еще одно высказывание «Протон имеет массу».

Для примера в):

«Некоторые студенты являются отличниками» и «Некоторые студенты отличниками не являются».

Для примеров б) и в) мы уже ведем не только анализ того, что написано, но и смысловой анализ естественного языка. По существу, мы уточняем смысл имеющихся повествовательных предложений, четко его фиксируя. Тем самым мы и задаём высказывание (напомню, что высказывание – это предложение с четко фиксированным смыслом).

Сложнее обстоит дело с примером г). Чтобы прояснить его смысл, а тем самым и сформировать высказывание, нам потребуется применить чёткие методы анализа (в частности, функциональный анализ).

Очевидно, что пример г) содержит два простых суждения: «Уайт пошёл «на дело»» и «Браун пошёл «на дело»».

Рассмотрим все возможные ситуации, связанные с тем, пошёл ли Уайт и Браун (каждый из них) «на дело». Их всего четыре:

- Уайт пошёл, Браун пошёл
- Уайт пошёл, Браун не пошёл
- Уайт не пошёл, Браун пошёл
- Уайт не пошёл, Браун не пошёл

Ясно, то утверждение г) отрицает возможность существования второй ситуации, когда Уайт пошёл «на дело» (истинно, что Уайт пошёл), а Браун не пошёл (ложно, что Браун пошёл). Остальные три возможных ситуации не противоречат утверждению г).

Тогда г) ложно только тогда, когда первое в его составе простое высказывание истинно, а второе ложно. Это вторая из перечисленных ситуаций. Во всех остальных случаях (первая, третья и четвёртая ситуации) утверждение г) окажется истинным.

Используя функциональный анализ, мы можем заключить, что получили двухместную истинносто-истинностную функцию, которая сопоставляет значение Ложь только в том случае, когда первый компонент двухместного кортежа истинен, а второй – ложен:

$\langle И, И \rangle \rightarrow И$

$\langle И, Л \rangle \rightarrow Л$

$\langle Л, И \rangle \rightarrow И$

$\langle Л, Л \rangle \rightarrow И$

В логике эта функция называется импликацией, а в естественном языке она выражается в знаковой форме «если p , то q ».

В таком случае, высказывание г) для однозначной трактовки мы запишем в виде «Если Уайт пошёл «на дело», то Браун пошёл».

Итак, анализируя высказывания, мы не только проясняем наши интуиции, но прояснив их, даём строгие нормы для употребления терминов. В этом будет выражаться нормативный характер логики как науки, требующей одинакового и однозначного употребления выражений языка различными его носителями.

Как образуются сложные высказывания?

Сложные высказывания образуются из простых с помощью:

- пропозициональных связей (знаков истинносто-истинностных функций). В дальнейшем мы подробно рассмотрим сложные высказывания, образованные именно этим способом.
- внешних модальностей (модальности *de dicto*)¹. С их помощью можно не просто указать на сам факт наличия или отсутствия ситуации, но оценить с определенной точки зрения, в определенном аспекте *характер ее наличия или отсутствия*.

Примеры внешних модальностей:

«необходимо, что», «возможно, что», «случайно, что», «обязательно», «разрешено», «хорошо, что», «доказано, что», «опровергнуто, что» и т.п.

Внешние модальности, в отличие от обычных пропозициональных связей ($\neg$, $\&$, $\vee$, $\equiv$ и им подобным), не являются *знаками функций истинности*. Однако они играют ту же

¹ Модальность – это логический термин дающих квалификацию ситуации.

Кроме внешних модальностей также выделяют внутренние модальности (*de re*). С их помощью дается квалификация *характера присущности или неприсущности* свойства предмету, они не образуют сложных суждений. Внутренние модальности – одна из разновидностей внутренних связей, они представляют собой элемент внутренней структуры высказывания.

Примеры внутренних модальностей: "необходимо присуще", "необходимо не присуще", "случайно присуще", «случайно не присуще». С их помощью получают следующие утверждения: «Медь с необходимостью проводит электрический ток», то есть «Свойство электропроводности с необходимостью присуще меди».

синтаксическую роль – образуют из менее сложных высказываний более сложные высказывания.

В нашем лекционном курсе мы рассмотрим только сложные высказывания, образованные с помощью пропозициональных связок (знаков истинность-истинностных функций).

Наиболее употребимыми видами указанных сложных высказываний являются:

1. Высказывания с внешним отрицанием образуются посредством приложения функтора $\neg$ (отрицания) к произвольному высказыванию.

Их логическая форма: $\neg A$.

Содержат мысль *об отсутствии* ситуации, описанной в высказывании A .

В естественном языке связка $\neg$ обычно передается словосочетанием "неверно, что".

Условия истинности и ложности высказываний вида $\neg A$ могут быть заданы таблицей:

A	$\neg A$
И	Л
Л	И

Пример: Неверно, что Марс является обитаемой планетой.

2. Конъюнктивные высказывания образуются посредством соединения двух произвольных высказываний функтором $\&$ (конъюнкции).

Их логическая форма: $(A \& B)$.

Содержат мысль *об одновременном наличии* двух ситуаций: описанной в высказывании A и описанной в высказывании B .

В естественном языке связка $\&$ обычно передается союзами "и", "а", "но", "как ... так и ...", "а также".

Условия истинности и ложности высказываний вида $(A \& B)$ могут быть заданы таблицей:

A	B	$(A \& B)$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Пример: Юристы и философы изучают логику.

3. **Дизъюнктивные высказывания** образуются посредством соединения двух произвольных высказываний функтором $\vee$ (дизъюнкции).

Их логическая форма: $(A \vee B)$.

Содержат мысль *о наличии по крайней мере одной из* двух ситуаций: описанной в высказывании A или описанной в высказывании B .

В естественном языке связка $\vee$ обычно передается союзами "или", "либо".

Условия истинности и ложности высказываний вида $(A \vee B)$ могут быть заданы таблицей:

A	B	$(A \vee B)$
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Пример: Сегодня вечером я пойду в кино или в театр.

4. **Строго-дизъюнктивные высказывания** образуются посредством соединения двух произвольных высказываний функтором $\underline{\vee}$ (строгой дизъюнкции).

Их логическая форма: $(A \underline{\vee} B)$.

Содержат мысль *о наличии ровно одной из* двух ситуаций: либо описанной в высказывании A , либо описанной в высказывании B .

В естественном языке связка $\underline{\vee}$ обычно передается союзами "или ... или", "либо ... либо".

Условия истинности и ложности высказываний вида $(A \underline{\vee} B)$ могут быть заданы таблицей:

A	B	$(A \underline{\vee} B)$
И	И	Л
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Для того, чтобы решить вопрос, является ли высказывание дизъюнктивным или же строго-дизъюнктивным *не нужно решать вопрос о том могут ли на самом деле оказаться вместе истинными* высказывания A и B . Надо обращать внимание на то, какую мысль пытается донести до вас говорящий, а не на то, что по-вашему имеет место быть «на самом деле».

Необходимо выявить смысл данного высказывания или уточнить его, выразив более внятно в естественном языке:

- для дизъюнктивного высказывания – "или A , или B , или оба вместе",
- для строго-дизъюнктивного высказывания – "или A , или B , но не оба вместе".

Также отметим, что в строго дизъюнктивных высказываниях дополнительно сообщается, что ситуации, описанные в высказываниях A и B , одновременно не имеют места. Тем самым, эту дополнительную информацию вы должны чётко сообщить респонденту.

Пример: Либо «Торпедо» выиграет следующую игру, либо распрощается с высшей лигой.

5. Высказывания эквивалентности образуются посредством соединения двух произвольных высказываний функтором $\equiv$ (эквиваленции).

Их логическая форма: $(A \equiv B)$.

Содержат мысль *об одновременном наличии или одновременном отсутствии* двух ситуаций: описанной в высказывании A и описанной в высказывании B .

В естественном языке связка $\equiv$ обычно передается союзами "если и только если", "тогда и только тогда, когда", "в том и только в том случае".

Условия истинности и ложности высказываний вида $(A \equiv B)$ могут быть заданы таблицей:

A	B	$(A \equiv B)$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

Пример: Тот факт, что данное число делится на 2 без остатка эквивалентен тому, что это число является чётным.

6. Импликативные высказывания образуются посредством соединения двух произвольных высказываний функтором $\supset$ (материальной импликации).

Их логическая форма: $(A \supset B)$, при этом A называют *антецедентом (основанием)*, а B – *консеквентом (следствием)* высказывания.

Содержат мысль о том, что *при наличии первой ситуации* (описанной в A) *имеет место вторая ситуация* (описанная в B).

Условия истинности и ложности высказываний вида $(A \supset B)$ могут быть заданы таблицей:

A	B	$(A \supset B)$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Импликативное высказывание *ложно*, если и только если его антецедент истинен, а консеквент ложен.

Импликативное высказывание *истинно*, если и только если его антецедент ложен или его консеквент истинен.

Материальная импликация обычно выражается в естественном языке союзом "если ..., то ...", именно в этом смысле употребляется данный союз в математических контекстах.

Пример: Если число оканчивается на 0 (представление числа в десятичной системе счисления имеет в качестве последней цифры "0"), то оно делится на 5.

Необходимо отметить, что союз «если ..., то ...», который в естественном языке часто используется для выражения условной связи, *не тождественен* материальной импликации. Высказывания вида "Если А, то В" обычно выражают не только факт того, что при наличии первой ситуации имеет место вторая, но также и то, что первая ситуация *обуславливает* вторую. В этом случае значение условного высказывания зависит *не только от значений, но и от смыслов* составляющих его высказываний.

Материальная импликация не выражает адекватно смысл условной связи, т.к.

- при ложном антецеденте импликативное высказывание истинно независимо от значения консеквента;
- при истинном консеквенте импликативное высказывание истинно независимо от значения антецедента;
- при истинных антецеденте и консеквенте импликативное высказывание истинно независимо от того, связаны ли они по содержанию.

Союз "если ..., то ...", выступающий в качестве знака условной связи, *не является истинностно-функциональной связкой*. Однако сопоставить условной связи другую функцию истинности, более адекватно выражающую ее смысл невозможно. Используя функциональную трактовку, мы имеем достаточно простой и ясный аппарат. Но в результате некоторые нюансы стираются и упрощаются, ты теряем часть содержания.

Адекватная трактовка условной связи даётся в разделе неклассической логики – релевантной логике.

Необходимо иметь ввиду, что один и тот же союз естественного языка в различных контекстах может иметь разный смысл и тем самым квалифицироваться как выражающий разные связки. Тем самым, чтобы не было неоднозначных трактовок, в языке науки мысль должна быть чётко и ясно сформулирована.

Примеры выявления формы сложных высказываний.

а) «Петя и Вася являются студентами»

Выписываем простые высказывания:

p – Петя является студентом

q – Вася является студентом

Выявляем форму сложного высказывания: (p & q)

б) «Петя студент, а Вася нет»

Новых простых высказываний, отличных от выписанных выше p и q , в этом примере мы не имеем.

Выявляем форму: $(p \ \& \ \neg q)$

в) «Если Петя студент, то он сдаёт экзамены»

r – Петя сдаёт экзамены

$(p \supset r)$

г) «Если Вася не является студентом, то экзамены он не сдаёт»

s – Вася сдаёт экзамены

$(\neg q \supset \neg s)$

д) Если Петя студент, а Вася нет, то Петя сдаёт экзамены, а Вася не сдаёт.

$((p \ \& \ \neg q) \supset (r \ \& \ \neg s))$

Задания для самостоятельного выполнения:

Выявить логическую форму сложного высказывания:

а) При нормальной температуре, как вода, так и бензин являются жидкостями.

б) Неверно, что все студенты нашей группы отличники.

в) В Петербург я поеду на поезде или полечу на самолете

г) Если спортсмен стал призером соревнований, но не выиграл их, значит, он занял второе или третье место.

д) Треугольник является прямоугольным тогда и только тогда, когда он не является ни тупоугольным, ни остроугольным.

е) Швед, русский - колет, рубит, режет.

ж) Я никогда не решился бы на это, не будь его рядом.