

Лекция 5

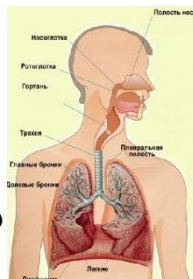
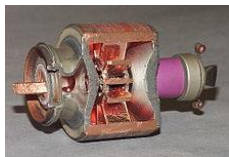
ЛАЗЕРНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Эталон Фабри-Перо как оптический резонатор. Продольные моды. Резонаторы со сферическими зеркалами и гауссовы пучки. Устойчивость резонатора. Поперечные моды. Резонансные частоты и спектр усиления. Внутррезонаторные элементы. Селекция продольных и поперечных мод

Явление резонанса

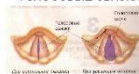
Резонанс ([фр. resonance](#), от [лат. resono](#) «откликаюсь») — существенное увеличение амплитуды колебаний в системе при совпадении частоты внешнего воздействия с ее собственной частотой колебаний. [takomsky_most.mp4](#)

Резонатор (*resonator, cavity*) — устройство или природный объект, в котором происходит накопление энергии **колебаний**, поставляемой извне.



Природные резонаторы человека: рот, носоглотка — верхний резонатор; трахеи, бронхи — нижний резонатор.

ГОЛОСОВЫЕ СВЯЗКИ



В природные резонаторы человека звуковые волны, возникающие в гортани, попадают в носоглотку, рот и носоглотку, где они усиливаются и образуют резонанс. Этот процесс называется резонансом.

Образование звука



Явление резонанса

Такомский мост, ~1800 м,
США, штат Вашингтон, 1940



«Танцующий мост», ~2500 м,
Волгоград, 2010



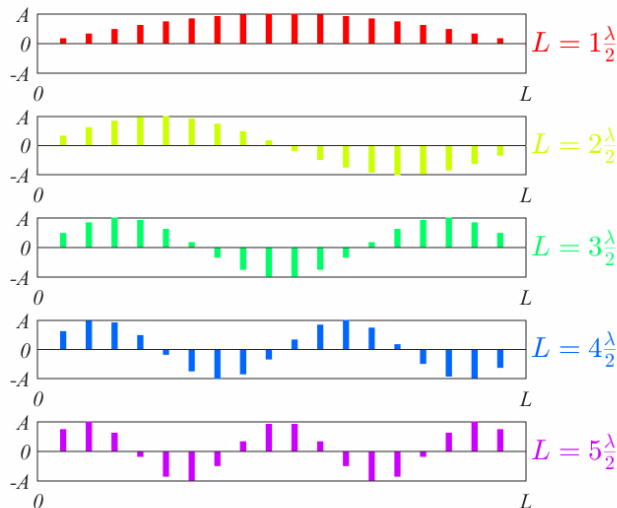
Ключевые характеристики резонаторов

Резонансная частота

ν_m (непрерывный спектр или дискретный набор частот),

На этих частотах возможно увеличение амплитуды при возбуждении колебаний. Пространственная структура колебаний, которой соответствует конкретная частота, называется *модой резонатора*.

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

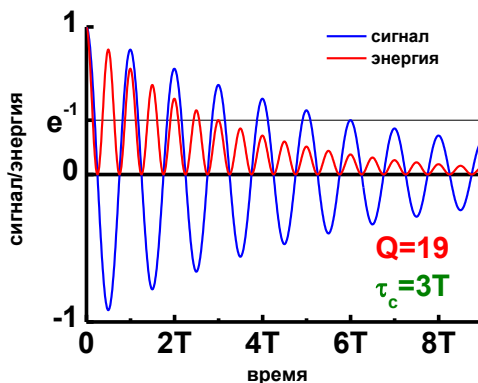


Ключевые характеристики резонаторов:

Добротность

$$Q = \frac{2\pi W_0}{\delta W_T},$$

где W_0 - энергия в резонаторе, δW_T - потери энергии за период колебаний T , характеризует способность резонатора сохранять накопленную энергию. Для оптических резонаторов способность сохранять накопленную энергию описывают временем жизни излучения в резонаторе, в течении которого энергия уменьшается в e раз: $\tau_c = \frac{QT}{2\pi}$

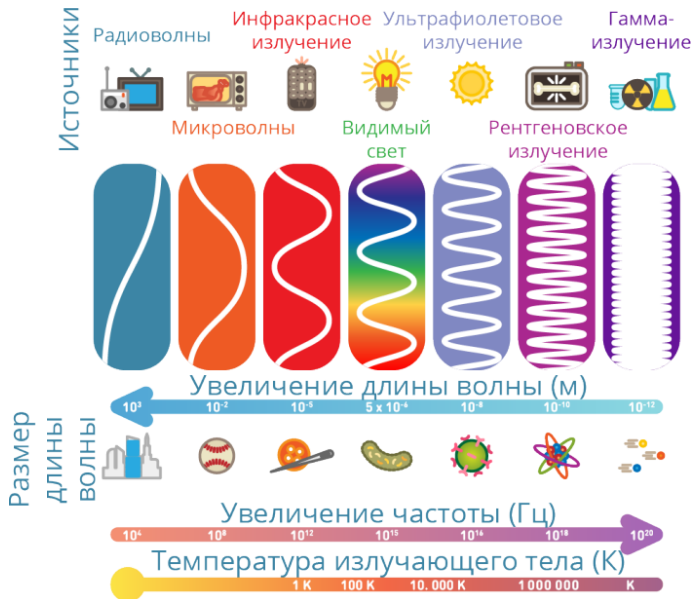


Оптические резонаторы

Специфика оптического диапазона волн (в отличии, например, от акустического [$\lambda \sim 15 \text{ мм} \div 15 \text{ м}$; $c_s = 330 \text{ м/с}$] или

СВЧ [$\lambda \sim 1 \text{ мм} \div 1 \text{ м}$; $c_l = 300\,000\,000 \text{ м/с}$]) определяется малостью длины волны – **360 - 720 нм** – по сравнению с поперечным размером излучаемого пучка $w_0 \sim 1 \text{ мм} = 1\,000\,000 \text{ нм}$

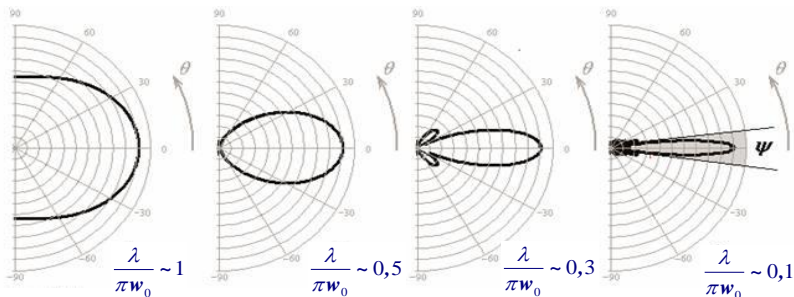
$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$



Оптические резонаторы

От соотношения длины волны λ и поперечного размера пучка излучения w_0 зависит величина принципиально достижимой **дифракционной расходимости**

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$

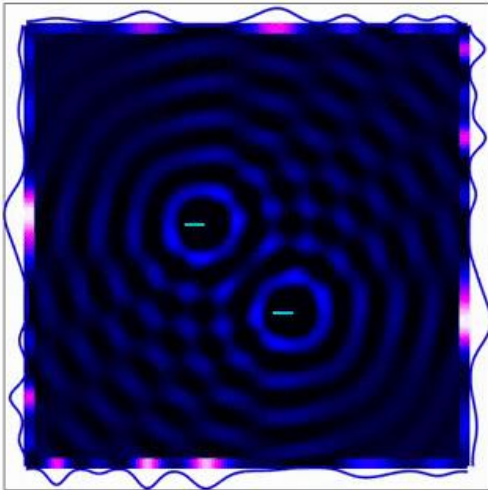


θ_0 - угол «расплывания» энергии при распространении волны. Для волн оптического диапазона этот угол может быть очень маленьким ($\sim 10^{-3}$ рад $\approx 0,057^\circ$), т.е. возможна высокая степень локализации энергии излучения вблизи оси распространения волны. Поэтому для волн оптического диапазона часто используются **открытые резонаторы** (не имеющие боковых стенок).

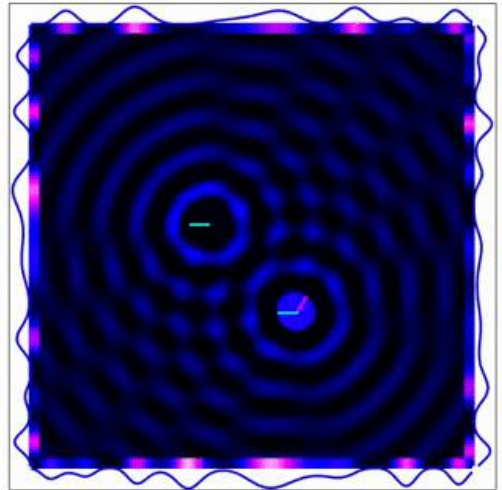


Интерференция волн и когерентность источников

Некогерентные источники:
нет интерференционной
картины волн

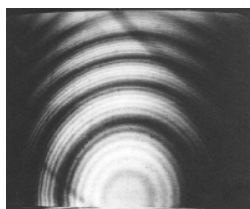
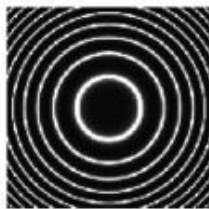
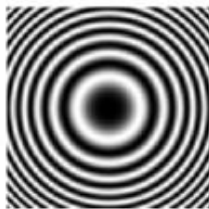
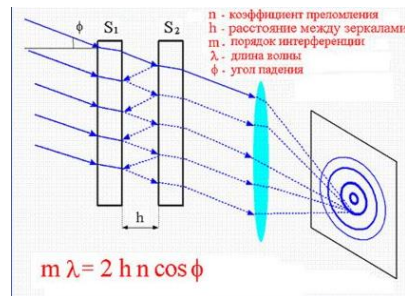
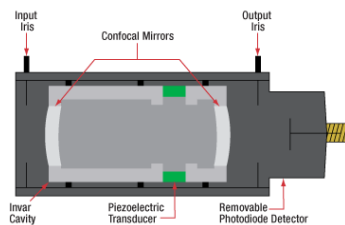


Когерентные источники:
есть интерференционная
картина



Эталон Фабри-Перо

Прототипом оптического резонатора исторически является **многолучевой интерферометр (эталон)**, описанный Шарлем Фабри и Альфредом Перо в 1899 г. Он состоял из двух расположенных на небольшом расстоянии друг от друга плоскопараллельных частично посеребренных стеклянных пластин (полупрозрачных зеркал) и позволил существенно повысить **разрешение спектральных измерений**.



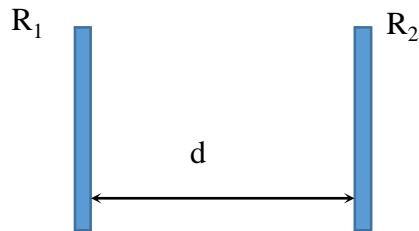
Резонатор Фабри-Перо

В 1958 году почти одновременно Прохоров и Шавлов с Таунсом предложили использовать эталон Фабри-Перо в качестве резонатора оптического квантового генератора (впоследствии – **лазера**).

Приоритет – за Гордоном Гулдом, который сделал это в 1957 году. Он же предложил термин **laser** (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*).

В первом лазере, созданном Мейнманом в 1960 году, серебряные зеркала наносились на торцы рубинового стержня. Позднее, в том же 1960 г, в лаборатории имени Белла, заработал первый в мире гелий-неоновый (He-Ne) лазер, резонатор которого был длиной около 1 м с плоскими юстируемыми зеркалами с отражающими многослойными диэлектрическими покрытиями.

Далее будем считать, что Резонатор Фабри-Перо состоит из двух **плоских** зеркал с коэффициентами отражения R_1 и R_2 , расположенных на расстоянии d друг от друга

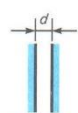
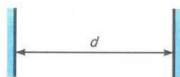
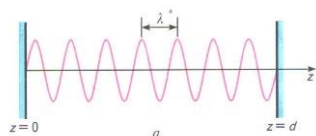


Резонатор Фабри-Перо: продольные моды

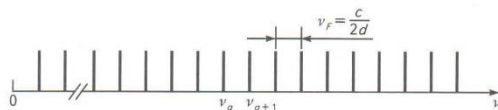
Условие «резонансности» требует, чтобы поле волны воспроизводилось после кругового обхода, т.е. на двойной длине резонатора укладывалось целое число длин волн: $2d = q\lambda_q$. Такие волны называются **продольными модами резонатора**.

-Частота осцилляций моды $\nu_q = \frac{1}{T_q} = \frac{c}{\lambda_q} = q \frac{c}{2d}$, $q = 1, 2, \dots$

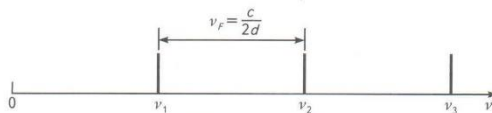
-Межмодовый интервал $\Delta\nu = \nu_F = \frac{c}{2d}$



Резонатор



а



Резонансные частоты

б

Резонатор Фабри-Перо: добротность

Рассмотрим резонатор Фабри-Перо, образованный зеркалами с коэффициентами отражения R_1 и R_2 . Пусть на зеркало с R_1 нормально падает ЭМ монохроматическая волна частоты ν и амплитуды E_0 . Фаза волны, сделавшей обход резонатора, увеличится на $\Delta\varphi_1 = k \cdot 2d = \frac{2\pi}{\lambda} 2d = \left\{ \nu = \frac{c}{\lambda}, \nu_F = \frac{c}{2d} \right\} = 2\pi \frac{\nu}{\nu_F}$, а амплитуда поля уменьшится в $\sqrt{R_1 R_2}$ раз.

Интенсивность поля внутри резонатора найдем после суммирования вкладов полей после многих обходов. Окончательно получим:

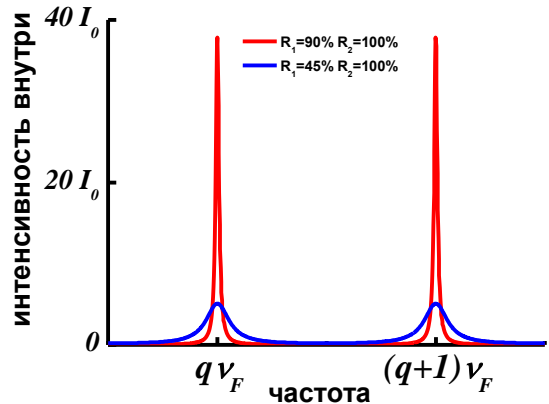
$$I_{in}(\nu) = \frac{I_0(1 - R_1)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos 2\pi \frac{\nu}{\nu_F}}$$

Максимальная интенсивность поля внутри $I_{max} = \frac{I_0(1-R_1)}{(1-\sqrt{R_1 R_2})^2}$ достигается

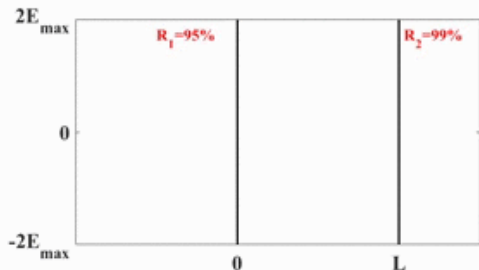
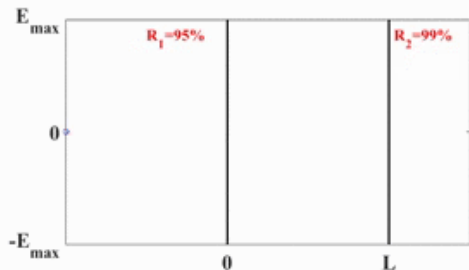
при $\nu = q \cdot \nu_F$

Время жизни излучения в резонаторе

$$\tau_c = \frac{Q}{2\pi\nu} = \frac{1}{\nu_F(1-R_1)(1-R_2)}$$



Резонатор Фабри-Перо: накопление энергии, поставляемой извне



Длина резонатора

$$L_c = m\lambda/2$$

Время обхода резонатора

$$T_c = 2L_c/c$$

Время жизни излучения в резонаторе

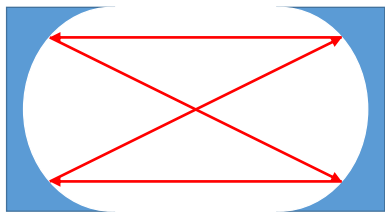
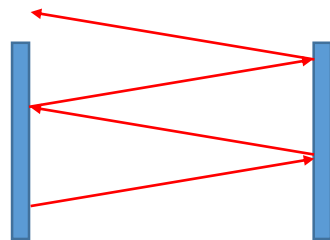
$$\tau_c = T_c / (1 - R_1 + 1 - R_2)$$

Увеличение амплитуды поля

$$\gamma = (1 - R_1)^{1/2} / [1 - (R_1 R_2)^{1/2}]$$

Резонатор Фабри-Перо: устойчивость

Помимо высвечивания накопленной энергии через зеркала резонатора, существует еще «утечка» энергии «мимо зеркал» - **дифракционные потери**. Получить представление об этом процессе можно, вообразив в резонаторе луч в направлении распространения энергии излучения. В резонаторе из плоских зеркал любой такой луч всегда будет неограниченно отклоняться от первоначального положения и покинет резонатор, если он направлен не вдоль оси. Такие резонаторы называют **неустойчивыми**.



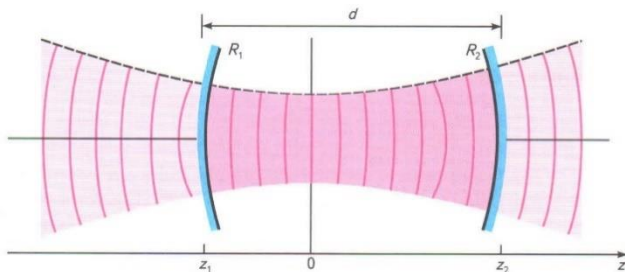
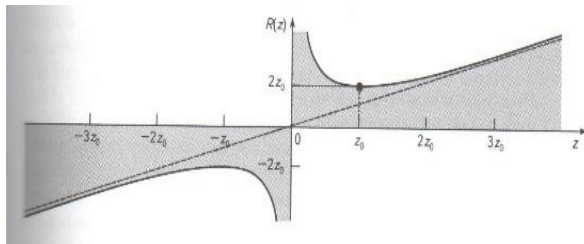
Использование сферических зеркал позволяет «удерживать» траектории всех лучей, у которых наклоны к оси и расстояния до нее лежат в некотором диапазоне значений. Такие резонаторы называются **устойчивыми**.

Гауссовы пучки и сферические зеркала.

Радиус кривизны волнового фронта гауссова пучка:

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right]$$

$$z_0 \equiv \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$



Волновой фронт гауссова пучка:

Плоский – при $z = 0$

Сферический – при $z \neq 0$

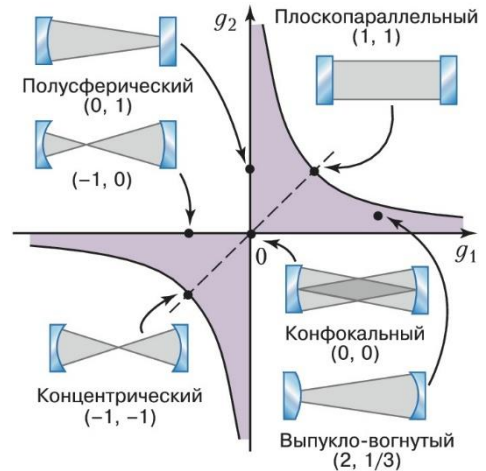
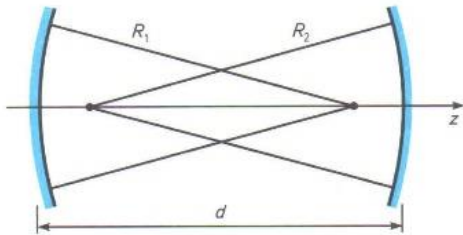
Если в пучок поместить зеркало с радиусом кривизны, равным радиусу кривизны волнового фронта в этом сечении, то волна после отражения будет распространяться точно назад. Пучок оказывается «запертым» между двумя зеркалами **сферического резонатора**.

Устойчивость сферического резонатора. Эквивалентные резонаторы.

Критерий устойчивости резонатора со сферическими зеркалами

$$0 \leq \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \leq 1$$

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1$$

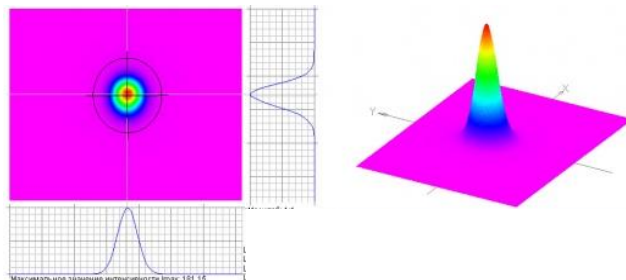


Для более сложных конструкций резонаторов, состоящих из произвольного количества сферических зеркал и линз, существует процедура приведения их внутренней структуры к **эквивалентному** сферическому резонатору, для которого справедлив вышеуказанный критерий устойчивости

Поперечные моды

3 координаты пучка - одна продольная и две поперечных – соответствуют трем степеням свободы. В продольном направлении возможные резонансные частоты нумеруются индексом q . В поперечном направлении возможные распределения интенсивности нумеруются двумя индексами, например, l и m , ($l, m = 0, 1, \dots$) Принятое международное обозначение поперечной структуры лазерных пучков TEM_{lm} (transverse electromagnetic mode).

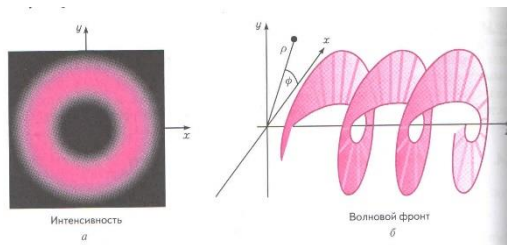
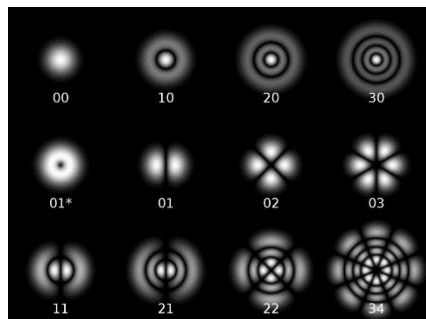
Гауссов пучок является **нижней** или **основной поперечной модой** TEM_{00} оптического резонатора. Он характеризуется колоколообразным распределением интенсивности в любом поперечном сечении и минимальной дифракционной расходимостью (максимальной поперечной локализацией) излучения среди всех поперечных мод конкретного резонатора.



Поперечные моды

Распределение интенсивности высших мод TEM_{lm} определяется симметрией конструкции резонатора.

При отсутствии выделенных направлений поперек оси резонатора в нем могут быть возбуждены моды Лагерра-Гаусса, имеющие цилиндрическую симметрию.

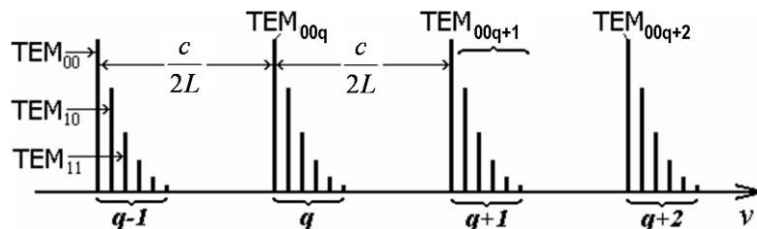
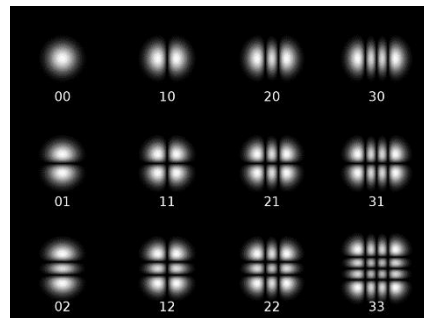


Распределение интенсивности и волновой фронт пучка Лагерра-Гаусса с $l=1$ (пучок с винтовой фазой)

Поперечные моды

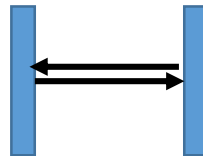
Если в резонаторе имеются элементы, нарушающие цилиндрическую симметрию, например, пластинки, расположенные под углом к оси, то будут возбуждаться моды Эрмита-Гаусса, обладающие прямоугольной симметрией.

Частоты осцилляций высших поперечных мод имеют небольшие сдвиги по отношению к частоте осцилляции основной гауссовой моды. Величины этих сдвигов определяются конструкцией резонатора.

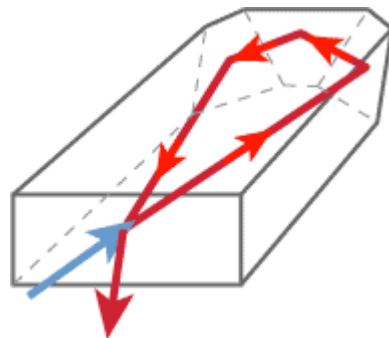
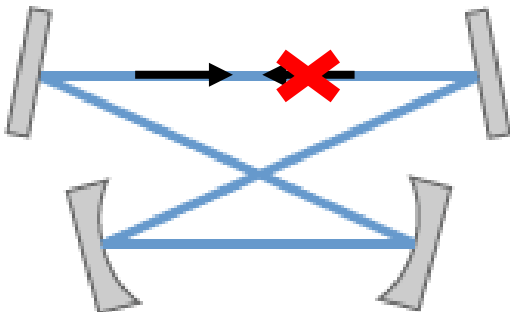


Кольцевой резонатор

В резонаторе Фабри-Перо **всегда** существуют две бегущие волны, суперпозицией которых является стоячая волна.

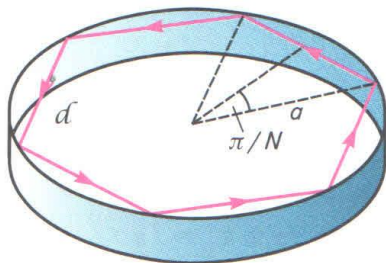
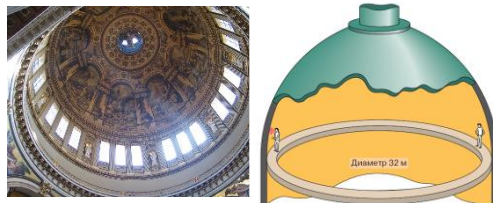


В кольцевом резонаторе можно оставить **только одну** бегущую волну с помощью «оптического диода» - ячейки Фарадея.

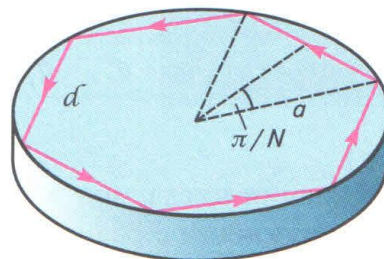


Кольцевой резонатор в виде шепчущей галереи

Шепчущая галерея под куполом Собора Святого Павла в Лондоне: звук распространяется вдоль стен и не слышен в центре



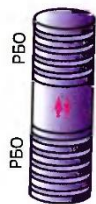
Зеркальный резонатор



Диэлектрический резонатор

Микрорезонаторы

У микрорезонаторов один или несколько характерных размеров измеряются в единицах или долях длин волн. Малость размеров обеспечивает высокую частотную избирательность ($\nu_q = q \frac{c}{2d}$, $q = 1, 2, \dots$). Микрорезонаторы могут в широких спектральных интервалах подавлять излучение света источниками, помещенными внутрь, и избирательно усиливать испускаемое излучение, совпадающее по частоте с высокочастотными модами.

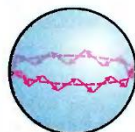


Микростолбик

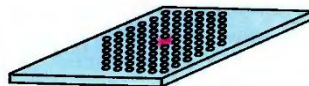


Микродиск

Микрорезонатор



Микросфера

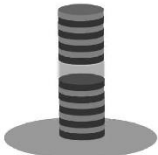
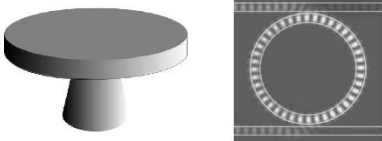
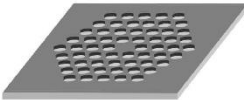
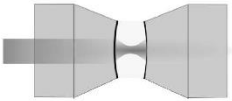
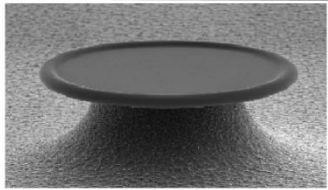
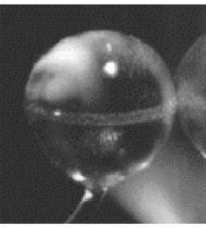
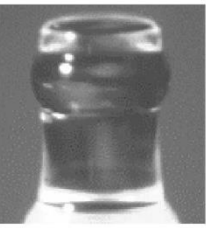


Фотонно-кристаллический

Нормированные модовые объемы V/λ^3 и добротность Q различных микрорезонаторов

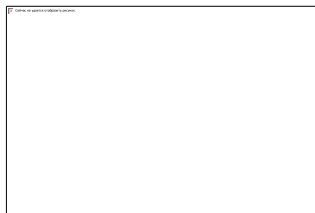
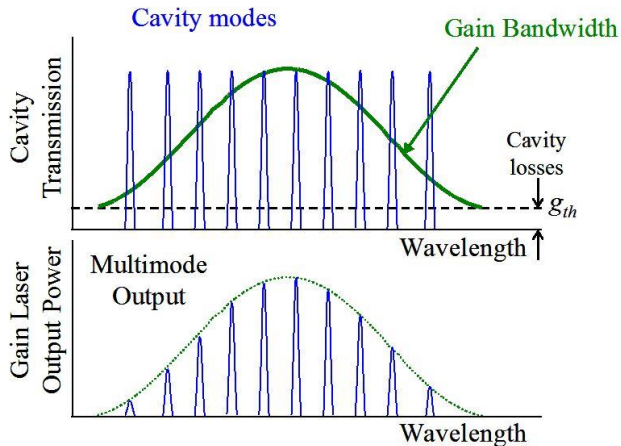
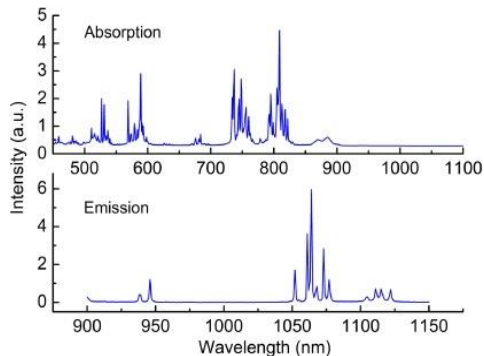
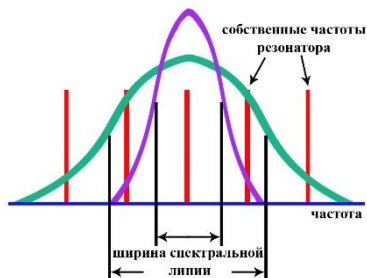
	Микростолбик	Микродиск	Микрорезонатор	Микросфера	Фотонный кристалл
V/λ^3	5	5	10^3	10^3	1
Q	10^3	10^4	10^6	10^{10}	10^4

Микрорезонаторы

	Фабри-Перо	Резонаторы шепчущей галереи	Фотонные кристаллы
Добрые $\tau > 1$ пс, $V \sim 1 \text{ мкм}^3$	 $Q \simeq 2000$	 $Q \simeq 5 \times 10^5$, Si $Q \simeq 7 \times 10^3$, полупр. $Q \simeq 1 \times 10^5$, полим.	 $Q \simeq 6 \times 10^5$, Si
Высокодобротные $\tau > 1$ нс, $V \sim 10^3 \text{ мкм}^3$	 $Q \simeq 4 \times 10^7$	 $Q \simeq 2 \times 10^8$, SiO ₂	?
Сверхдобротные $\tau > 1$ мкс, $V > 10^3 \text{ мкм}^3$?	 $Q \simeq 8 \times 10^9$, SiO ₂  $Q \simeq 10^{11}$, CaF ₂	

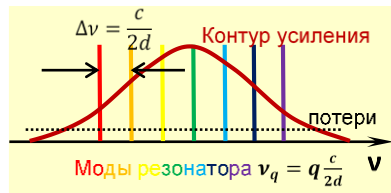
Спектр усиления и резонансные частоты

Важно, чтобы частоты мод соответствовали полосе усиления среды:

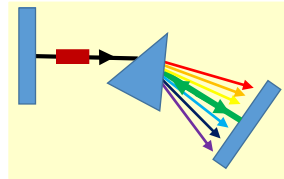
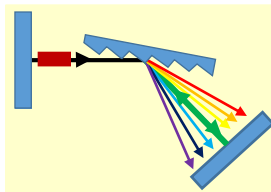
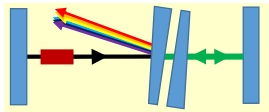
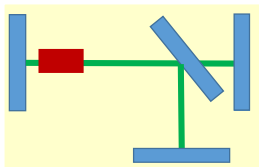
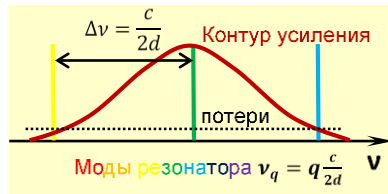
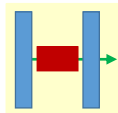
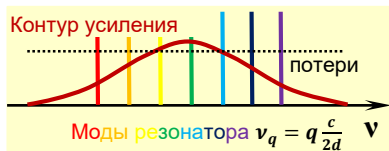


Внутрирезонаторные элементы: селекция продольных мод

Если не предпринимать специальных мер, то лазер может генерировать излучение с относительно широким спектром.

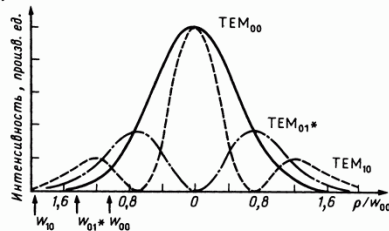


Спектральная селекция – создание условий, при которых генерируемое излучение имеет более узкий спектр, чем спектр усиления.



Внутрирезонаторные элементы: селекция поперечных мод

Поперечные моды резонатора отличаются друг от друга в любом сечении распределением интенсивностей. Как правило, требуется, чтобы лазер генерировал излучение на основной поперечной моде TEM_{00} (гауссов пучок), поскольку она имеет минимальную дифракционную расходимость и позволяет при фокусировке получать пятно минимального размера (относительно других поперечных мод данного резонатора).



Распределение интенсивности некоторых мод в цилиндрических координатах.

