

СОВРЕМЕННЫЕ ЛАЗЕРЫ: новые грани света

Лекция 7

ГЕНЕРАЦИЯ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ. УЛЬТРАКОРОТКИЕ ИМПУЛЬСЫ

Непрерывная и импульсная накачка. Пичковая и стационарная генерация. Релаксационные колебания. Модуляция добротности – генерация импульсов длиннее времени обхода резонатора. Синхронизация мод – генерация импульсов короче времени обхода резонатора. Спектрально-ограниченный импульс Фемтосекундные лазерные импульсы. Генерация октав. Понятие «чирпа». Усиление ультракоротких импульсов

Скорость накачки

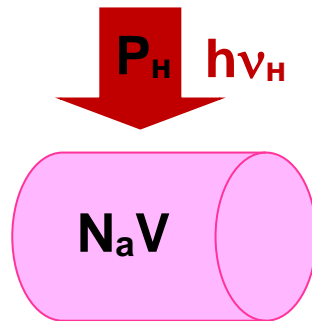
Возьмем активную среду и оптическую накачку.

Скорость (вероятность в единицу времени) накачки

$$W_H = \frac{\text{кол-во инвертированных за 1 с}}{\text{общее количество атомов}} = \frac{P_H}{h\nu_H N_a V}$$

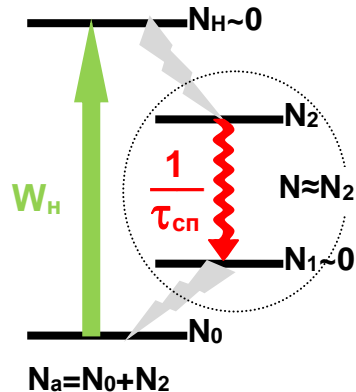
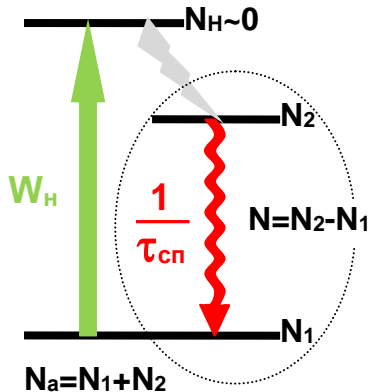
Скорость накачки равна числу раз «инвертирования» **данной** среды **конкретной** системой накачки.

Скорость накачки можно увеличивать, либо увеличивая мощность системы накачки, либо уменьшая накачиваемый объем и/или концентрацию активных атомов.



Стационарная разность населенности

Запишем скорости изменения разности населенностей в трех- и четырехуровневой средах, учитывая только накачку и спонтанные переходы



$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta N_2}{\Delta t} &= W_H N_1 - \frac{N_2}{\tau_{сп}} \\ \left\{ N_2 &= \frac{N_a + N}{2}; N_1 = \frac{N_a - N}{2} \right\} \\ \frac{\Delta N}{\Delta t} &= \left(W_H - \frac{1}{\tau_{сп}} \right) N_a - \left(W_H + \frac{1}{\tau_{сп}} \right) N \end{aligned} \right\} N_{cr} = N_a \frac{W_H \tau_{сп} - 1}{W_H \tau_{сп} + 1}$$

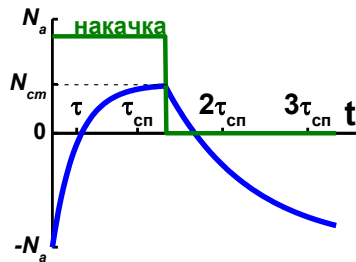
$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta N_2}{\Delta t} &= W_H N_0 - \frac{N_2}{\tau_{сп}} \\ \left\{ N_2 &= N; N_0 = N_a - N \right\} \\ \frac{\Delta N}{\Delta t} &= W_H N_a - \left(W_H + \frac{1}{\tau_{сп}} \right) N \end{aligned} \right\} N_{cr} = N_a \frac{W_H \tau_{сп}}{W_H \tau_{сп} + 1}$$

Инверсная населенность трехуровневой среде

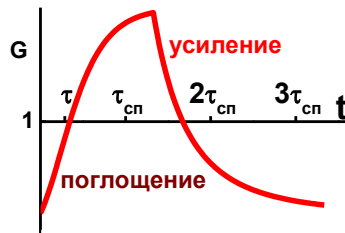
В трехуровневой среде создание инверсной населенности и, следовательно, усиление излучения на лазерном переходе возможно при выполнении условия $W_H \tau_{sp} > 1$, т.е. скорость накачки должна превышать скорость спонтанного распада верхнего уровня лазерного перехода.

При характерном времени $\tau_{sp} \sim 1 \text{ мс}$ получаем $W_H \sim 1000 \text{ с}^{-1}$, т.е. мощность накачки должна позволять «инвертировать» усиливающий объем активной среды 1000 раз в секунду!

и усиление В



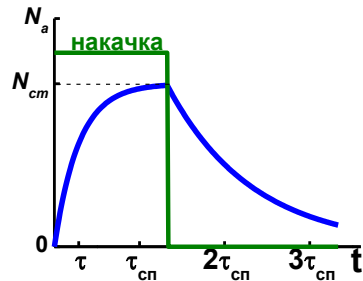
$$G = e^{\sigma N d}$$



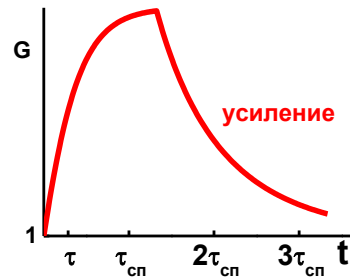
Инверсная населенность четырёхуровневой среде

В четырёхуровневой среде создание инверсной населенности и, следовательно, усиление излучения на лазерном переходе возможно при выполнении условия $W_H > 0$, т.е. при любой скорости накачке!

и усиление в



$$G = e^{\sigma N_d}$$



Непрерывная и импульсная накачка

Энергию накачки можно «запасать» и/или «хранить» в активной среде в течении времени $\tau_{\text{сп}}$, после чего она с неизбежностью теряется в виде спонтанного излучения.

Если лазер должен генерировать излучение в виде импульсов с

небольшой частотой повторения ($f_{\text{rep}} < \frac{1}{\tau_{\text{сп}}}$) и приличной энергией, то

оправдано использование **импульсной** накачки, позволяющей существенно увеличивать пиковую мощность и снижать тепловую нагрузку.

Когда речь идет о генерации непрерывного излучения или излучения в

виде импульсов с высокой частотой повторения ($f_{\text{rep}} > \frac{1}{\tau_{\text{сп}}}$), то

используют схемы **непрерывной** накачки активной среды.

Самое простое описание работы лазера.

$$q_{i+1} = q_i (1 - T_1) e^{\sigma N l} (1 - \delta) (1 - T_2) e^{\sigma N l} (1 - \delta)$$

$$\left\{ e^x \approx 1 + x \quad (1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \quad (1+x)(1+y) \approx 1 + x + y \right\}$$

$$q_{i+1} = q_i (1 - T_1 - T_2 - 2\delta + 2\sigma N l) \quad \Delta t = \frac{2L}{c} \quad T_i = 1 - R_i$$

$$\left(\frac{\Delta N}{\Delta t} \right)_{st} = \frac{-\beta \Delta q}{l/c} = -\beta \frac{c}{l} (q e^{\sigma N l} - q) \approx -\beta c \sigma N q$$

β - изменение инверсии при одном переходе

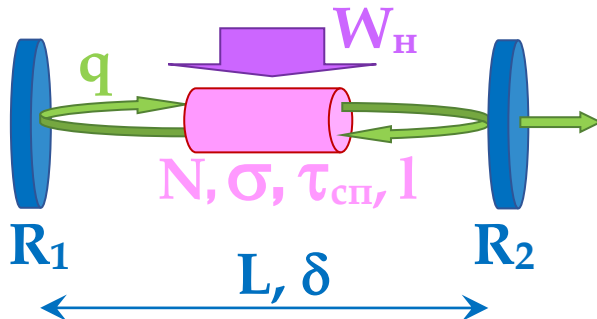
$$\beta = \begin{cases} 2 & \text{для 3-х ур. среды} \\ 1 & \text{для 4-х ур. среды} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \left(W_H - \frac{\beta - 1}{\tau_{сп}} \right) N_a - \left(W_H + \frac{1}{\tau_{сп}} \right) N - \beta c \sigma q N$$

накачка
спонтанные переходы
вынужденные переходы

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{c \sigma l}{L} N q - \frac{c(T_1 + T_2 + 2\delta)}{2L} q$$

вынужденные переходы потери в резонаторе



Модель «хищник-жертва»

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \left(W_n - \frac{\beta - 1}{\tau_{\text{сн}}} \right) N_a - \left(W_n + \frac{1}{\tau_{\text{сн}}} \right) N - \beta c \sigma q N$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{c \sigma l}{L} N q - \frac{c(T_1 + T_2 + 2\delta)}{2L} q$$

Данная система уравнений в рамках физики лазеров впервые была представлена Х. Статцем и Г. Де Марсом в 1960 г.

В 1925-26 гг. эти уравнения – модель «хищник-жертва» - были предложены А. Лоткой и В. Вольтеррой для описания динамики конкурирующих популяций в биологии. Эта модель имеет очень широкий спектр применения:

- *Динамическая городская модель Лотки – Вольтерры*
- *Динамика конкуренции на фондовой бирже на основе модели «хищник-жертва»*
- *Моделирование процессов в банковской системе на основе модели Лотки – Вольтерры*
- *Модель замещения старых технологий новыми с использованием промежуточных технологий-связок*
- *и др.*

Стадии свободной лазерной генерации после включения накачки

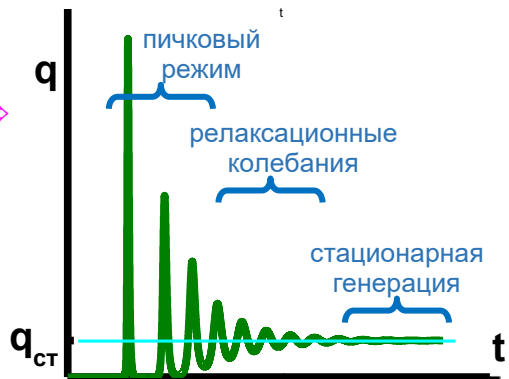
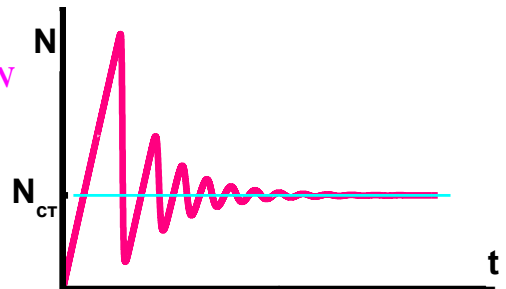
$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \left(W_{\text{н}} - \frac{\beta - 1}{\tau_{\text{сп}}} \right) N_{\text{а}} - \left(W_{\text{н}} + \frac{1}{\tau_{\text{сп}}} \right) N - \beta c \sigma q N$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{c \sigma l}{L} N q - \frac{c(T_1 + T_2 + 2\delta)}{2L} q$$

Условие генерации (увеличения количества фотонов в резонаторе)

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} > 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{c \sigma l}{L} N q}_{\text{усиление}} > \underbrace{\frac{c(T_1 + T_2 + 2\delta)}{2L} q}_{\text{потери}} \Rightarrow$$

$$N > \frac{(T_1 + T_2 + 2\delta)}{2\sigma l} = N_{\text{пор}}$$



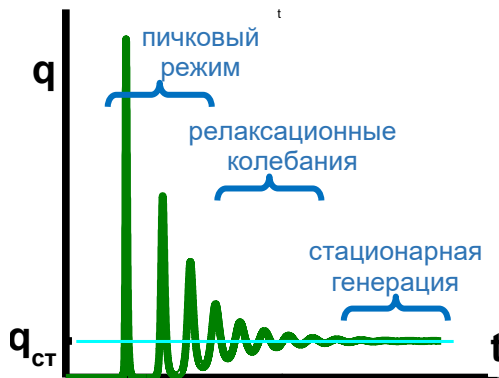
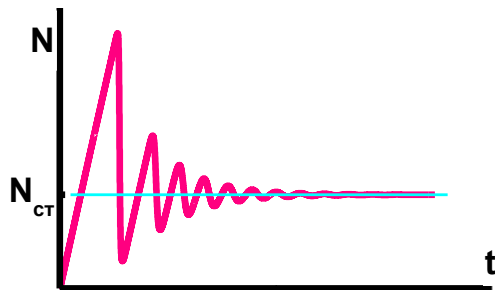
Стационарная генерация.

В режиме **стационарной** генерации инверсная населенность и число фотонов в резонаторе не зависят от времени

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = 0 \quad \frac{\Delta q}{\Delta t} = 0$$

$$N_{\text{ст}} = \frac{(T_1 + T_2 + 2\delta)}{2\sigma l} = N_{\text{пор}}$$

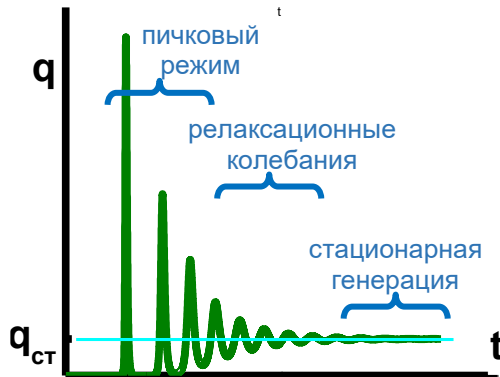
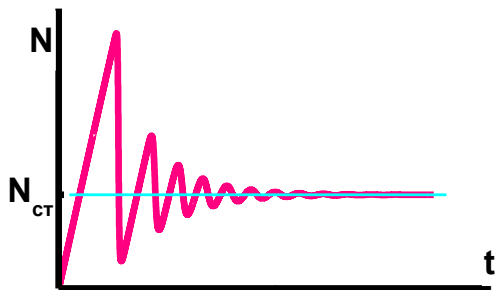
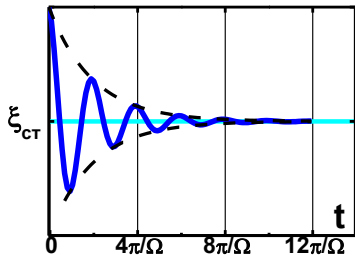
$$q_{\text{ст}} = \frac{(W_n \tau_{\text{сп}} - \beta + 1) \frac{N_a}{N_{\text{пор}}} - (W_n \tau_{\text{сп}} + 1)}{\beta c \sigma \tau_{\text{сп}}}$$



Релаксационные колебания.

Выход на стационарные значения инверсной населенности и числа фотонов в резонаторе имеет вид затухающих (релаксационных) колебаний

$$\xi(t) = \xi_0 e^{-\delta t} \cos(\Omega_p t + \varphi_0)$$

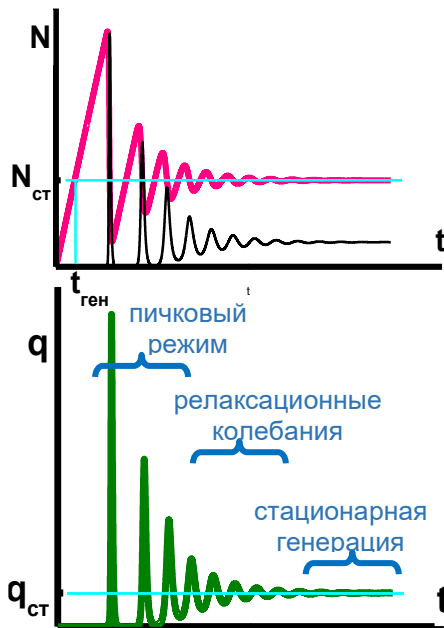


Пиковая генерация.

После включения накачки число фотонов в резонаторе от очень низкого уровня шумов начинает расти не сразу, а только по достижении инверсной населенности [усилением] порогового уровня $N_{\text{пор}} = N_{\text{ст}}$.

Требуется некоторое время, чтобы излучение в резонаторе достигло заметного уровня. За это время накачка успевает создать избыточную инверсную населенность, что приводит к лавинообразному нарастанию числа фотонов до значения, существенно превышающего $q_{\text{ст}}$.

Накачка не успевает восполнять расход инверсной населенности, которая падает ниже стационарного уровня и число фотонов в резонаторе быстро падает – генерируется импульс эквивалентной длительностью в несколько обходов резонатора излучением.



Модуляция добротности – генерация импульсов длиннее времени обхода резонатора.

Как показывает анализ, масштаб длительности первого импульса при включении накачки дается выражением

$\tau_c = \frac{2L}{c(T_1 + T_2 + 2\delta)}$ - время жизни фотона в резонаторе, превосходит,

как правило, период обхода резонатора излучением $T_{рез} = 2L/c$ в несколько раз и имеет диапазон 100 пс... 100 нс.

В первом импульсе высвечивается существенная часть накопленной энергии накачки – **гигантский импульс**.

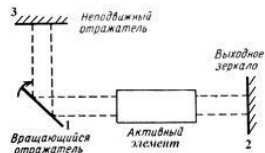
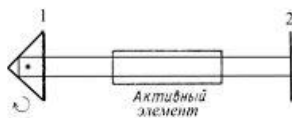
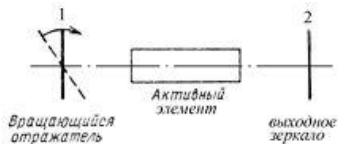
Для накопления максимальной энергии в виде инверсной населенности необходимо «устранить» резонатор [снизить добротность], а затем быстро его «вернуть» [увеличить добротность] для осуществления генерации.

При пиковой мощности накачки $P_H = 1$ кВт в активной среде со спонтанным временем жизни $\tau_{сп} = 1$ мкс можно запасти энергию

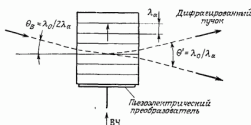
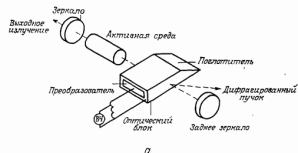
$E_{зап} = P_H \tau_{сп} \sim 1$ Дж и сгенерировать импульс мощностью $P_{им} = \frac{P_H \tau_{сп}}{\tau_c} \sim 10$ МВт

Способы модуляции добротности резонатора.

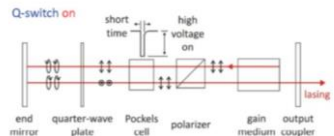
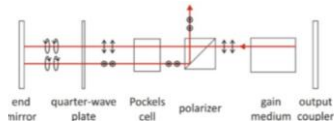
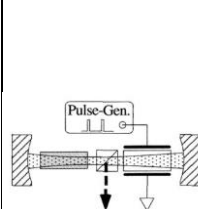
1. Оптомеханические способы модуляции добротности



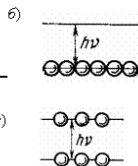
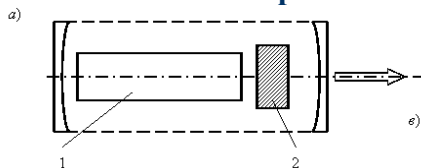
2. Акустооптический модулятор



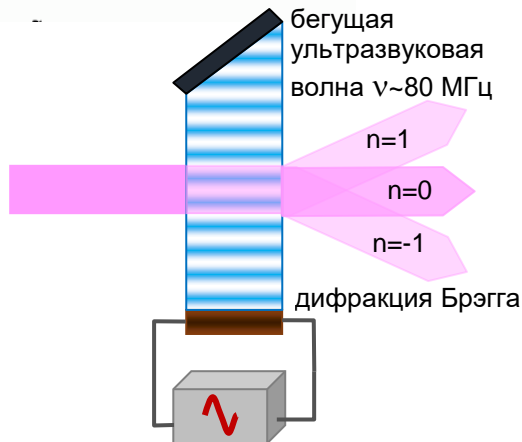
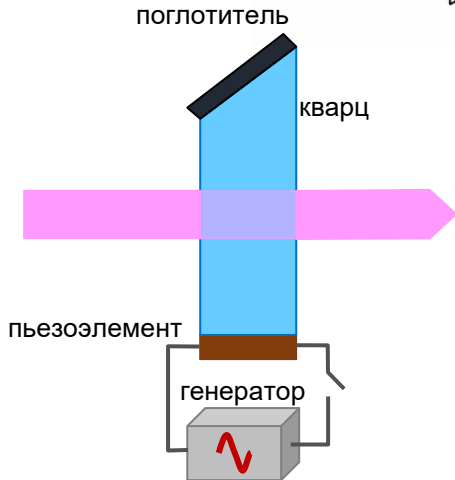
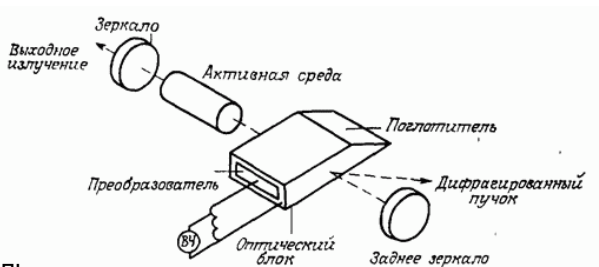
3. Электрооптический модулятор



4. Пассивный затвор



Акустооптическая модуляция добротности

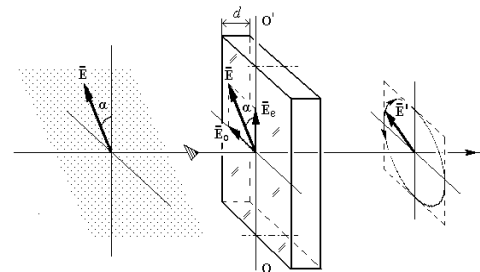


Электрооптическая модуляция добротности

Двулучепреломление – зависимость показателя преломления [скорости света $v = c/n$] в анизотропных кристаллах от направления распространения и поляризации.

Направление в кристалле, вдоль которого свет распространяется обычным образом, называется оптической осью Z .

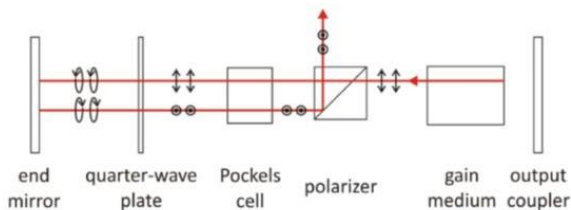
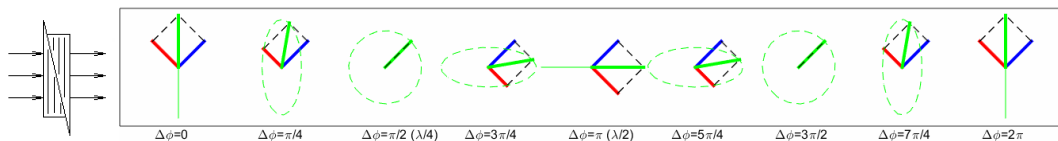
Волны, поляризация которых $\perp Z$, распространяются с одинаковой скоростью и называются **обыкновенными**. Если поляризация волны не $\perp Z$, то скорость ее распространения будет зависеть от направления, такие волны называют **необыкновенными**.



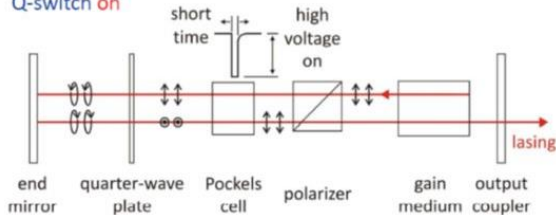
Из-за разности скоростей распространения между **обыкновенной** и **необыкновенной** волнами появляется фазовый сдвиг.

Электрооптическая модуляция добротности

Поляризация света, прошедшего через кристалл будет определяться разностью фаз между **обыкновенной** и **необыкновенной** волнами.



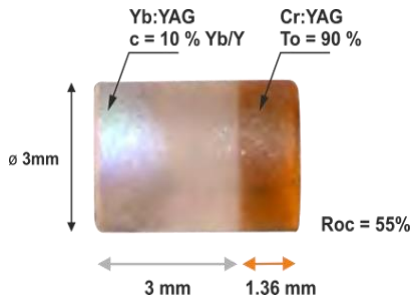
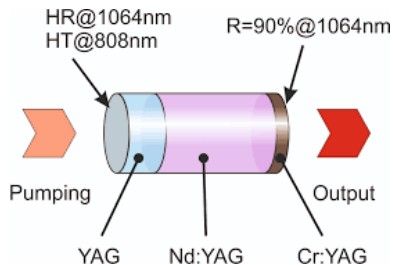
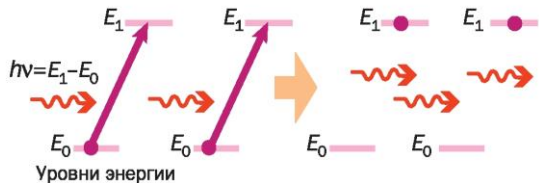
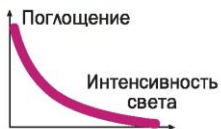
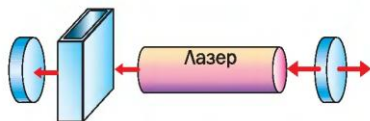
Q-switch on



Прикладывая напряжение к кристаллу можно менять разность фаз и управлять поляризацией прошедшего излучения (ЖК-монитор)

Поляризатор сделан из двулучепреломляющего кристалла так, чтобы для одной из волн выполнялось условие полного внутреннего отражения.

Пассивная модуляции добротности

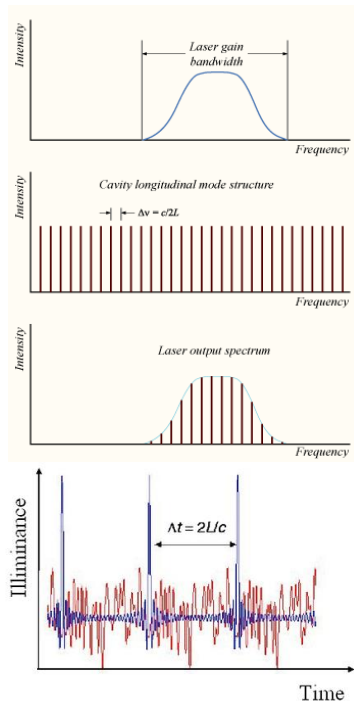


Синхронизация мод – генерация импульсов короче времени обхода резонатора.

Поле в резонаторе является суперпозицией продольных мод с эквидистантными частотами, попадающими в полосу усиления активной среды:

$$E(t) = \sum_{n=-M/2}^{M/2} E_n e^{i \cdot 2\pi(v_0 + n\Delta\nu)t + \varphi_n}$$

Излучение на выходе лазера будет иметь либо **хаотическую структуру** при **произвольных фазах** отдельных мод, либо структуру **последовательности коротких импульсов**, следующих друг за другом с периодом обхода резонатора, при **связанных фазах**.



Синхронизация мод – генерация импульсов короче времени обхода резонатора.

Структура излучения лазера с синхронизованными модами характеризуется:

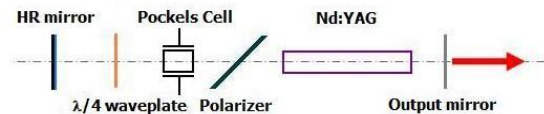
| | | | |
|-------------------------|---------------------------|-----------------------|--|
| Временной период | $T = \frac{2L}{c}$ | Длительность импульса | $\tau = \frac{T}{M} = \frac{1}{N\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu_{yc}}$ |
| Пространственный период | $2L$ | Длина импульса | $d = \frac{2L}{M}$ |
| Средняя интенсивность | $I_0 = M \frac{E_0^2}{2}$ | Пиковая интенсивность | $I = MI_0$ |

Способы синхронизации мод.

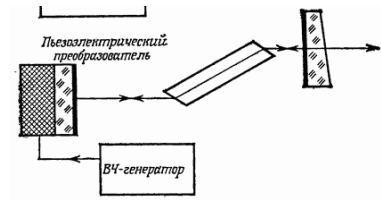
1. Акустооптический модулятор



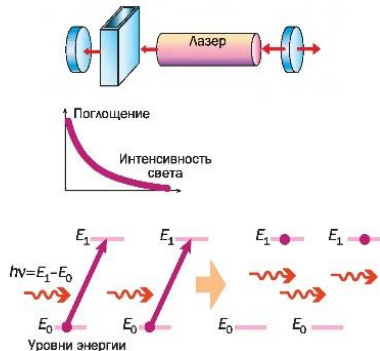
2. Электрооптический модулятор



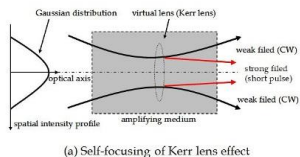
3. Пьезоэлектрический модулятор



4. Насыщающийся поглотитель



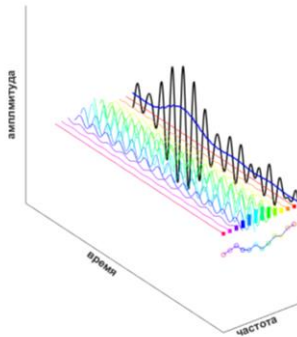
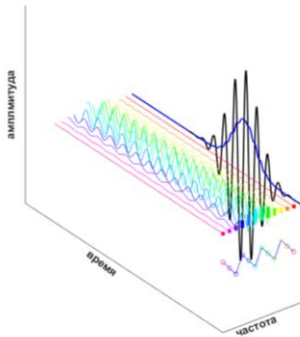
5. Керровская нелинейность



Спектрально-ограниченный импульс

Одной из целей генерации импульсов минимально возможной длительности является достижение максимальной плотности энергии излучения – **сверхсильные световые поля**. Теоретически, такие поля могут обеспечить доступ к управляемым термоядерным реакциям – «неисчерпаемому» источнику энергии.

С чем же связано ограничение на минимально достижимую длительность светового импульса? – С шириной спектра излучения, имеющегося в распоряжении: $\tau_{\text{имп}} \cdot \Delta\nu_{\text{изл}} \geq 1/2$. Импульс, для которого произведение $\tau_{\text{имп}} \cdot \Delta\nu_{\text{изл}}$ минимально – **спектрально-ограниченный**



Фемтосекундные лазерные импульсы.

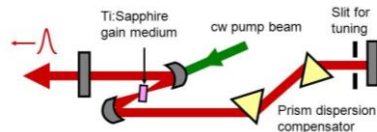
10^{-9} наносекундные

10^{-12} пикосекундные

10^{-15} фемтосекундные

10^{-18} аттосекундные

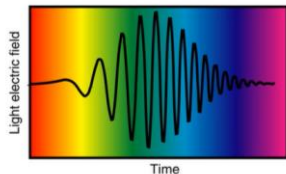
| Лазерная среда | Длина волны, нм | Сечение перехода, см ² | Спонтанное время жизни | Ширина линии перехода | | Предельная длительность импульса |
|--|-----------------|--------------------------------------|------------------------|-----------------------|----------|----------------------------------|
| | | | | | | |
| C ⁵⁺ | 18,2 | $5 \cdot 10^{-16}$ | 12 пс | 1 ТГц | Н | 500 фс |
| Эксимер ArF | 193 | $3 \cdot 10^{-16}$ | 10 нс | 10 ТГц | Н | 50 фс |
| Ar ⁺ | 488-515 | $5 \cdot 10^{-12}$ | 10 нс | 3,5 ГГц | Н | 150 пс |
| Краситель родамин 6G | 560-640 | $2 \cdot 10^{-16}$ | 5 нс | 40 ТГц | О/Н | 13 фс |
| He-Ne | 633 | $3 \cdot 10^{-13}$ | 150 нс | 1,5 ГГц | Н | 330 пс |
| Cr ³⁺ :Al ₂ O ₃ | 694 | $2 \cdot 10^{-20}$ | 3 мс | 330 ГГц | О | 2 пс |
| Cr ³⁺ :BeAl ₂ O ₄ | 700-820 | $1 \cdot 10^{-20}$ | 260 мкс | 25 ТГц | О | 20 фс |
| Ti³⁺:Al₂O₃ | 700-1050 | $3 \cdot 10^{-19}$ | 3,9 мкс | 100 ТГц | О | 5 фс |
| Yb ³⁺ :YAG | 1030 | $2 \cdot 10^{-20}$ | 1 мс | 1 ТГц | О | 500 фс |
| Nd ³⁺ :фосфатное стекло | 1053 | $4 \cdot 10^{-20}$ | 370 мкс | 7 ТГц | Н | 70 фс |
| Nd ³⁺ :YAG | 1064 | $3 \cdot 10^{-19}$ | 230 мкс | 150 ГГц | О | 3 пс |
| Nd ³⁺ :YVO ₄ | 1064 | $8 \cdot 10^{-19}$ | 100 мкс | 210 ГГц | О | 2 пс |
| InGaAsP | 1300-1600 | $2 \cdot 10^{-16}$ | 2,5 нс | 10 ТГц | О | 50 фс |
| Er ³⁺ :кварцевое волокно | 1550 | $6 \cdot 10^{-21}$ | 10 мс | 5 ТГц | О/Н | 100 фс |
| CO ₂ | 10600 | $3 \cdot 10^{-18}$ | 3 с | 60 МГц | Н | 8 нс |



Понятие «чирпа».

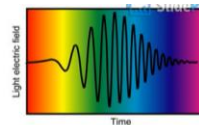
Second-order Phase: The Linearly Chirped Pulse

A pulse can have a frequency that varies in time.



This pulse increases its frequency linearly in time (from red to blue).

The Linearly Chirped Gaussian Pulse



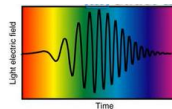
We can write a linearly chirped Gaussian pulse mathematically as:

$$E(t) = E_0 \underbrace{\exp\left[-(t/\tau_G)^2\right]}_{\text{Gaussian amplitude}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \underbrace{\beta t^2}_{\text{Carrier wave}}\right)\right]$$

↑ ↑
 Carrier wave Chirp

Note that for $\beta > 0$, when $t < 0$, the two terms partially cancel, so the phase changes slowly with time (so the frequency is low). And when $t > 0$, the terms add, and the phase changes more rapidly (so the frequency is larger)

The Instantaneous Frequency vs. time for a Chirped Pulse



A chirped pulse has:

$$E(t) \propto \exp\left[i\left(\omega_0 t - \phi(t)\right)\right]$$

where:

$$\phi(t) = -\beta t^2$$

The instantaneous frequency is: $\omega_{inst}(t) \equiv \omega_0 - d\phi / dt$

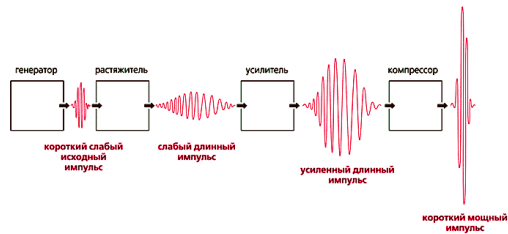
which is:

$$\omega_{inst}(t) = \omega_0 + 2\beta t$$

So the frequency increases linearly with time.

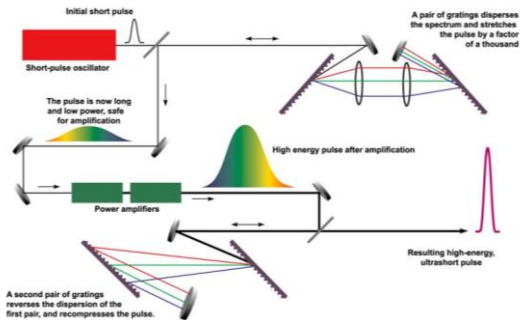
Усиление ультракоротких импульсов

Усилить ультракороткий спектрально-ограниченный импульс до больших значений энергии напрямую нельзя из-за получающейся очень высокой пиковой плотности мощности в активной среде.



Если же в импульс «встроить» чирп с помощью, например, двух дифракционных решеток, то он «растянется» во времени управляемым образом при сохранении ширины исходного спектра. После усиления такого импульса со сниженной плотностью мощности, его можно опять «сжать» вне плотного вещества.

Chirped pulse amplifier: Ti:Sapphire Laser



Генерация октав.

Оптический стандарт частоты – генерация излучения со спектром-гребенкой [линейкой], частота каждой компоненты которого известна с фантастической точностью $\sim 10^{-15}$ Гц.

Если последовательность фемтосекундных импульсов на выходе непрерывного лазера достаточно длинная (~ 1 с), то спектр сигнала всей последовательности будет представлять «гребенку» с очень узкими (~ 1 Гц) компонентами.

Если же в спектре отдельного импульса присутствуют компоненты на основной и удвоенной оптической частотах [октава], то появляется возможность точно определить частоты «зубцов гребенки»

