

Категориальные грамматики

Теория формальных языков.

Степан Кузнецов, Мати Пентус, Алексей Сорокин

МГУ им. М. В. Ломоносова, межфакультетский курс,
весенний семестр 2015–2016 учебного года

Расширение контекстно-свободных грамматик

- Стандартная контекстно-свободная грамматика $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$.

Расширение контекстно-свободных грамматик

- Стандартная контекстно-свободная грамматика $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$.
- Каждому правилу вида $A \rightarrow u_0 B_1 \dots B_r u_r$ грамматики G можно сопоставить логическое правило

$$\frac{B_1 \vdash v_1 \dots B_r \vdash v_r}{A \vdash u_0 v_1 \dots v_r u_r}$$

Расширение контекстно-свободных грамматик

- Стандартная контекстно-свободная грамматика $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$.
- Каждому правилу вида $A \rightarrow u_0 B_1 \dots B_r u_r$ грамматики G можно сопоставить логическое правило

$$\frac{B_1 \vdash v_1 \dots B_r \vdash v_r}{A \vdash u_0 v_1 \dots v_r u_r}$$

- Контекстно-свободная грамматика с семантикой Монтегю: $G_\lambda = \langle N, \Sigma, P, S, \nu, \tau \rangle$, где
 - $\tau: N \rightarrow T$ — отображение из множества терминалов в множество семантических типов.

Расширение контекстно-свободных грамматик

- Стандартная контекстно-свободная грамматика $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$.
- Каждому правилу вида $A \rightarrow u_0 B_1 \dots B_r u_r$ грамматики G можно сопоставить логическое правило

$$\frac{B_1 \vdash v_1 \dots B_r \vdash v_r}{A \vdash u_0 v_1 \dots v_r u_r}$$

- Контекстно-свободная грамматика с семантикой Монтегю: $G_\lambda = \langle N, \Sigma, P, S, \nu, \tau \rangle$, где
 - $\tau: N \rightarrow T$ — отображение из множества терминалов в множество семантических типов.
 - $\nu: P \rightarrow Tm$ — отображение из множества правил в множество λ -термов.

Расширение контекстно-свободных грамматик

- Стандартная контекстно-свободная грамматика $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$.
- Каждому правилу вида $A \rightarrow u_0 B_1 \dots B_r u_r$ грамматики G можно сопоставить логическое правило

$$\frac{B_1 \vdash v_1 \dots B_r \vdash v_r}{A \vdash u_0 v_1 \dots v_r u_r}$$

- Контекстно-свободная грамматика с семантикой Монтегю: $G_\lambda = \langle N, \Sigma, P, S, \nu, \tau \rangle$, где
 - $\tau: N \rightarrow T$ — отображение из множества терминалов в множество семантических типов.
 - $\nu: P \rightarrow Tm$ — отображение из множества правил в множество λ -термов.

При этом если $\pi: A \rightarrow w_0 B_1 \dots B_r w_r$ — правило грамматики, то $\nu(\pi)$ имеет тип $\tau(A)$, причём свободные переменные $\nu(\pi)$ находятся среди множества x_1, \dots, x_r .

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

- Пусть $\pi : A \rightarrow w_0 B_1 \dots B_r w_r$ — правило грамматики, $\nu(\pi) = M$, ему соответствует логическое правило

$$\frac{x_1 : B_1 \vdash v_1 \dots x_r : B_r \vdash v_r}{M[x_1, \dots, x_r] : A \vdash u_0 v_1 \dots v_r u_r}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

- Пусть $\pi : A \rightarrow w_0 B_1 \dots B_r w_r$ — правило грамматики, $\nu(\pi) = M$, ему соответствует логическое правило

$$\frac{x_1 : B_1 \vdash v_1 \dots x_r : B_r \vdash v_r}{M[x_1, \dots, x_r] : A \vdash u_0 v_1 \dots v_r u_r}$$

- Пример грамматики:

John : NP \rightarrow John

the : Det \rightarrow the

$x_1 x_2$: NP $\rightarrow x_1$: Det x_2 : N

$x_1 x_2$: VP $\rightarrow x_1$: VTrans x_2 : NP

$x_2 x_1$: S $\rightarrow x_1$: NP x_2 : VP

read : VTrans \rightarrow reads

book : N \rightarrow book

Пример вывода в грамматике

Вывод предложения *John reads the book* в данной грамматике.

- Начинаем с $\text{book} \vdash N \rightarrow \text{book}$, $\text{the} : \text{Det} \vdash \text{the}$.

Пример вывода в грамматике

Вывод предложения *John reads the book* в данной грамматике.

- Начинаем с $\text{book} \vdash N \rightarrow \text{book}, \text{the} : \text{Det} \vdash \text{the}.$
- По правилу $x_1 x_2 : NP \rightarrow x_1 : \text{Det} x_2 : N$
выводим $\text{the}(\text{book}) : NP \vdash \text{the book}.$

Пример вывода в грамматике

Вывод предложения *John reads the book* в данной грамматике.

- Начинаем с $\text{book} \vdash N \rightarrow \text{book}$, $\text{the} : \text{Det} \vdash \text{the}$.
- По правилу $x_1 x_2 : NP \rightarrow x_1 : \text{Det } x_2 : N$
выводим $\text{the}(\text{book}) : NP \vdash \text{the book}$.
- Применяя $x_1 x_2 : VP \rightarrow x_1 : \text{VTrans } x_2 : NP$
к $\text{read} : \text{VTrans} \vdash \text{reads}$ и $\text{the}(\text{book}) : NP \vdash \text{the book}$
имеем $\text{read}(\text{the}(\text{book})) : VP \vdash \text{reads the book}$.

Пример вывода в грамматике

Вывод предложения *John reads the book* в данной грамматике.

- Начинаем с $\text{book} \vdash N \rightarrow \text{book}$, $\text{the} : \text{Det} \vdash \text{the}$.
- По правилу $x_1 x_2 : NP \rightarrow x_1 : \text{Det } x_2 : N$
выводим $\text{the}(\text{book}) : NP \vdash \text{the book}$.
- Применяя $x_1 x_2 : VP \rightarrow x_1 : \text{VTrans } x_2 : NP$
к $\text{read} : \text{VTrans} \vdash \text{reads}$ и $\text{the}(\text{book}) : NP \vdash \text{the book}$
имеем $\text{read}(\text{the}(\text{book})) : VP \vdash \text{reads the book}$.
- Из выведенного и $\text{John} : NP \vdash \text{John}$ получаем
 $(\text{read}(\text{the}(\text{book}))) (\text{John}) : S \vdash \text{John reads the book}$.

Пример вывода в грамматике

Вывод предложения *John reads the book* в данной грамматике.

- Начинаем с $\text{book} \vdash N \rightarrow \text{book}$, $\text{the: Det} \vdash \text{the}$.
- По правилу $x_1 x_2: NP \rightarrow x_1: \text{Det } x_2: N$ выводим $\text{the}(\text{book}): NP \vdash \text{the book}$.
- Применяя $x_1 x_2: VP \rightarrow x_1: \text{VTrans } x_2: NP$ к $\text{read: VTrans} \vdash \text{reads}$ и $\text{the}(\text{book}): NP \vdash \text{the book}$ имеем $\text{read}(\text{the}(\text{book})): VP \vdash \text{reads the book}$.
- Из выведенного и $\text{John: NP} \vdash \text{John}$ получаем $(\text{read}(\text{the}(\text{book}))) (\text{John}): S \vdash \text{John reads the book}$.

$$\begin{array}{c}
 \text{John: NP} \vdash \text{John} \quad \frac{\text{read: VTrans} \vdash \text{reads} \quad \frac{\text{John: book} \vdash N \rightarrow \text{book} \quad \text{the: Det} \vdash \text{the}}{\text{the}(\text{book}): NP \vdash \text{the book}}}{\text{read}(\text{the}(\text{book})): VP \vdash \text{reads the book}} \\
 \hline
 (\text{read}(\text{the}(\text{book}))) (\text{John}): S \vdash \text{John reads the book}
 \end{array}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

John: NP \rightarrow John

$\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))$: Det \rightarrow a

$x_1 x_2$: NP' \rightarrow x_1 : Det x_2 : N

$\lambda z.x_2(\lambda u.(x_1(u)(z)))$: VP \rightarrow x_1 : VTrans x_2 : NP'

$x_2 x_1$: S \rightarrow x_1 : NP x_2 : VP

read: VTrans \rightarrow reads

book: N \rightarrow book

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

John: NP \rightarrow John

$\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))$: Det \rightarrow a

$x_1 x_2$: NP' \rightarrow x_1 : Det x_2 : N

$\lambda z.x_2(\lambda u.(x_1(u)(z)))$: VP \rightarrow x_1 : VTrans x_2 : NP'

$x_2 x_1$: S \rightarrow x_1 : NP x_2 : VP

read: VTrans \rightarrow reads

book: N \rightarrow book

$$\frac{\text{book: N} \vdash \text{book} \quad \lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y))) \text{: Det} \rightarrow \text{a}}{\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))(\text{book}) \text{: NP} \vdash \text{the book}}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

John: NP \rightarrow John

$\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))$: Det \rightarrow a

$x_1 x_2$: NP' \rightarrow x_1 : Det x_2 : N

$\lambda z.x_2(\lambda u.(x_1(u)(z)))$: VP \rightarrow x_1 : VTrans x_2 : NP'

$x_2 x_1$: S \rightarrow x_1 : NP x_2 : VP

read: VTrans \rightarrow reads

book: N \rightarrow book

$$\frac{\text{book} \vdash \text{N} \rightarrow \text{book} \quad \lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y))) : \text{Det} \rightarrow \text{a}}{\frac{(\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))(\text{book}) : \text{NP} \vdash \text{a book})}{\lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))) : \text{NP} \vdash \text{a book}}}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

John: NP \rightarrow John

$\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))$: Det \rightarrow a

$x_1 x_2$: NP' \rightarrow x_1 : Det x_2 : N

$\lambda z.x_2(\lambda u.(x_1(u)(z)))$: VP \rightarrow x_1 : VTrans x_2 : NP'

$x_2 x_1$: S \rightarrow x_1 : NP x_2 : VP

read: VTrans \rightarrow reads

book: N \rightarrow book

$$\frac{\text{read} \vdash \text{VTrans} \rightarrow \text{reads} \quad \frac{\text{book} \vdash \text{N} \rightarrow \text{book} \quad \lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y))) : \text{Det} \rightarrow \text{a}}{\lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))) : \text{NP} \vdash \text{a book}}}{\lambda z.((\lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))))(\lambda u.\text{read}(u)(z))) : \text{VP} \vdash \text{reads a book}}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

John: NP \rightarrow John $\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))$: Det \rightarrow a $x_1 x_2$: NP' \rightarrow x_1 : Det x_2 : N $\lambda z.x_2(\lambda u.(x_1(u)(z)))$: VP \rightarrow x_1 : VTrans x_2 : NP' $x_2 x_1$: S \rightarrow x_1 : NP x_2 : VPread: VTrans \rightarrow readsbook: N \rightarrow book

$$\frac{\text{read} \vdash \text{VTrans} \rightarrow \text{reads} \quad \frac{\text{book} \vdash \text{N} \rightarrow \text{book} \quad \lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y))) : \text{Det} \rightarrow \text{a}}{\lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))) : \text{NP} \vdash \text{a book}}}{\lambda z.((\lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))))(\lambda u.\text{read}(u)(z))) : \text{VP} \vdash \text{reads a book}}}{\lambda z.(\exists y(\text{book}(y) \wedge \text{read}(y)(z))) : \text{VP} \vdash \text{reads a book}}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

John: NP \rightarrow John $\lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y)))$: Det \rightarrow a $x_1 x_2$: NP' \rightarrow x_1 : Det x_2 : N $\lambda z.x_2(\lambda u.(x_1(u)(z)))$: VP \rightarrow x_1 : VTrans x_2 : NP' $x_2 x_1$: S \rightarrow x_1 : NP x_2 : VPread: VTrans \rightarrow readsbook: N \rightarrow book

$$\begin{array}{c}
 \text{book} \vdash \text{N} \rightarrow \text{book} \quad \lambda P.\lambda Q.(\exists y(P(y) \wedge Q(y))) : \text{Det} \rightarrow a \\
 \hline
 \text{read} \vdash \text{VTrans} \rightarrow \text{reads} \quad \lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))) : \text{NP} \vdash \text{a book} \\
 \hline
 \lambda z.((\lambda Q.(\exists y(\text{book}(y) \wedge Q(y))))(\lambda u.\text{read}(u)(z))) : \text{VP} \vdash \text{reads a book} \\
 \hline
 \text{John: NP} \vdash \text{John} \quad \lambda z.(\exists y(\text{book}(y) \wedge \text{read}(y)(z))) : \text{VP} \vdash \text{reads a book} \\
 \hline
 (\lambda z.(\exists y(\text{book}(y) \wedge \text{read}(y)(z))))(\text{John}) : \text{VP} \vdash \text{John reads a book} \\
 \hline
 \exists y(\text{book}(y) \wedge \text{read}(y)(\text{John})) : \text{VP} \vdash \text{John reads a book}
 \end{array}$$

Пример КС-грамматики с семантикой Монтегю

$$\text{John: NP} \rightarrow \text{John}$$

$$\text{the: Det} \rightarrow \text{the}$$

$$x_1: \text{VP} / \text{NP} \rightarrow x_1: \text{VTrans}$$

$$\lambda z.(x_2(z)(x_1)): \text{S} / \text{NP} \rightarrow x_1: \text{NP} \quad x_2: \text{VP} / \text{NP}$$

$$\lambda z.(x_1(z) \wedge x_2(z)): \text{CN} \rightarrow x_1: \text{CN} \text{ whom } x_2: \text{S} / \text{NP}$$

$$x_1 x_2: \text{NP} \rightarrow x_1: \text{Det} \quad x_2: \text{N}$$

$$\text{love: VTrans} \rightarrow \text{loves}$$

$$\text{girl: N} \rightarrow \text{girl}$$

$$\frac{\frac{\frac{\text{love: VTrans} \vdash \text{loves}}{\text{John: NP} \vdash \text{John}} \quad \text{love: VP} / \text{NP} \vdash \text{loves}}{\text{girl: N} \vdash \text{girl}} \quad \lambda z.(\text{love}(z)(\text{John})): \text{S} / \text{NP} \vdash \text{John loves}}{\text{the: Det} \vdash \text{the} \quad \lambda z.(\text{girl}(z) \wedge (\lambda u.(\text{love}(u)(\text{John}))))(z)): \text{CN} \vdash \text{girl whom John loves}}}{\text{the}(\lambda z.(\text{girl}(z) \wedge (\lambda u.(\text{love}(z)(\text{John}))))): \text{NP} \vdash \text{the girl whom John loves}}$$