

Категориальные грамматики

Лекция 3 (02.03.2016)

Степан Кузнецов, Мати Пентус, Алексей Сорокин

МГУ им. М. В. Ломоносова, межфакультетский курс,
весенний семестр 2015–2016 учебного года

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks.
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s \quad \rightarrow s$

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$		D	$D \rightarrow T$	

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	D	$D \rightarrow T$	

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	D	$D \rightarrow T$	

AND: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Семантика: логические операции

John	runs	and	Pete	walks.	
np	$np \setminus s$	$(s \setminus s) / s$	np	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
D	$D \rightarrow T$	$T \rightarrow (T \rightarrow T)$	D	$D \rightarrow T$	

AND: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks. $\rightarrow s$
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Таблица истинности (для $T = \{0, 1\}$):

x	y	AND(y)(x)	OR(y)(x)
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks. $\rightarrow s$
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

OR: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$

Таблица истинности (для $T = \{0, 1\}$):

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Семантика: логические операции

John runs and Pete walks. $\rightarrow s$
 $np \quad np \setminus s \quad (s \setminus s) / s \quad np \quad np \setminus s$
 $D \quad D \rightarrow T \quad T \rightarrow (T \rightarrow T) \quad D \quad D \rightarrow T$

AND: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$ конъюнкция

OR: $T \rightarrow (T \rightarrow T)$ дизъюнкция

Таблица истинности (для $T = \{0, 1\}$):

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Семантика: подчинительный союз

the
 np / n

girl
 n

whom
 $(n \setminus n) / (s / np)$

John
 np

loves
 $(np \setminus s) / np \rightarrow np$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: s / np

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D . \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T} . \lambda Q^{D \rightarrow T} . \lambda y^D . (P(y) \wedge Q(y))$.

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Собираем:

$\text{THE} \left(\left(\lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) \right) \left(\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN}) \right) \left(\text{GIRL} \right) \right)$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np/n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Собираем:

$\text{THE} \left((\lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (\text{GIRL}) \right) \rightarrow_{\beta}$

$\rightarrow_{\beta} \text{THE} (\lambda y. ((\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})) (y) \wedge \text{GIRL}(y)))$

Семантика: подчинительный союз

the	girl	whom	John	loves	
np / n	n	$(n \setminus n) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	$\rightarrow np$
$(D \rightarrow T) \rightarrow D$	$D \rightarrow T$	$(D \rightarrow T) \rightarrow ((D \rightarrow T) \rightarrow (D \rightarrow T))$	D	$D \rightarrow (D \rightarrow T)$	$\Rightarrow D$

“John loves”: $D \rightarrow T$
 $x \mapsto \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$

Семантика для “John loves”: $\lambda x^D. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN})$.

Семантика для “whom”: $\lambda P^{D \rightarrow T}. \lambda Q^{D \rightarrow T}. \lambda y^D. (P(y) \wedge Q(y))$.

Собираем:

$\text{THE} \left(\left(\lambda P. \lambda Q. \lambda y. (P(y) \wedge Q(y)) \right) \left(\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN}) \right) \left(\text{GIRL} \right) \right) \rightarrow_{\beta}$

$\rightarrow_{\beta} \text{THE} \left(\lambda y. \left(\left(\lambda x. \text{LOVE}(x)(\text{JOHN}) \right) (y) \wedge \text{GIRL}(y) \right) \right) \rightarrow_{\beta}$

$\rightarrow_{\beta} \text{THE} \left(\lambda y. \left(\text{LOVE}(y)(\text{JOHN}) \wedge \text{GIRL}(y) \right) \right)$

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и λ -*абстракции*.

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и λ -*абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и λ -*абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и *λ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$
(если типы u и v не согласованы, то $u(v)$ — не терм);

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и *λ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$
(если типы u и v не согласованы, то $u(v)$ — не терм);
- ▶ если $u: B$ и x — переменная типа A , то $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$.

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и *λ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$
(если типы u и v не согласованы, то $u(v)$ — не терм);
- ▶ если $u: B$ и x — переменная типа A , то $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$.

Упрощение λ -термов:

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и *λ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$
(если типы u и v не согласованы, то $u(v)$ — не терм);
- ▶ если $u: B$ и x — переменная типа A , то $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$.

Упрощение λ -термов:

β -редукция: $(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и *λ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$
(если типы u и v не согласованы, то $u(v)$ — не терм);
- ▶ если $u: B$ и x — переменная типа A , то $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$.

Упрощение λ -термов:

β -редукция: $(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$

η -редукция: $(\lambda x.f(x)) \rightarrow_{\eta} f$ (если x не входит в f)

Правила λ -исчисления

λ -термы образуются из переменных и констант при помощи операций *применения* и *λ -абстракции*.

При этом соблюдаются *типы* λ -термов:

- ▶ если $u: (A \rightarrow B)$ и $v: A$, то $u(v): B$
(если типы u и v не согласованы, то $u(v)$ — не терм);
- ▶ если $u: B$ и x — переменная типа A , то $\lambda x.u: (A \rightarrow B)$.

Упрощение λ -термов:

β -редукция: $(\lambda x.u)(v) \rightarrow_{\beta} u[x := v]$

η -редукция: $(\lambda x.f(x)) \rightarrow_{\eta} f$ (если x не входит в f)

α -конверсия: $\lambda x.u =_{\alpha} \lambda y.u[x := y]$

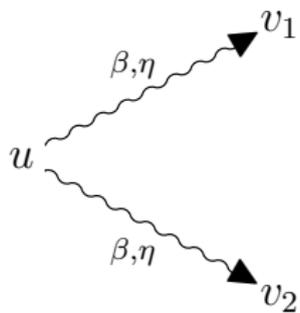
Свойства λ -исчисления

Свойства λ -исчисления

- ▶ Свойство ромба

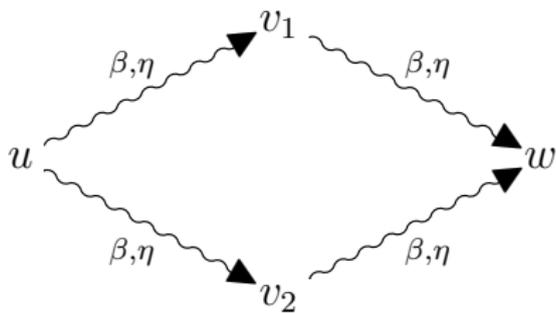
Свойства λ -исчисления

► Свойство ромба



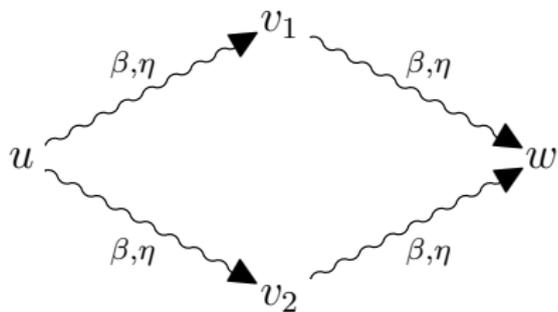
Свойства λ -исчисления

► Свойство ромба



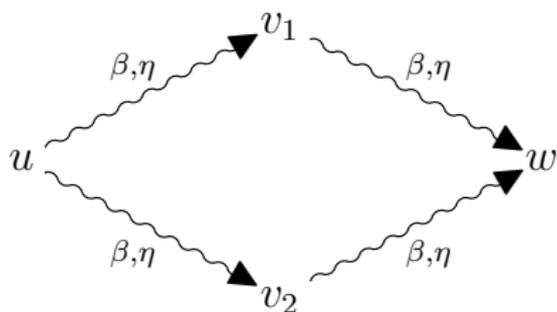
Свойства λ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)



Свойства λ -исчисления

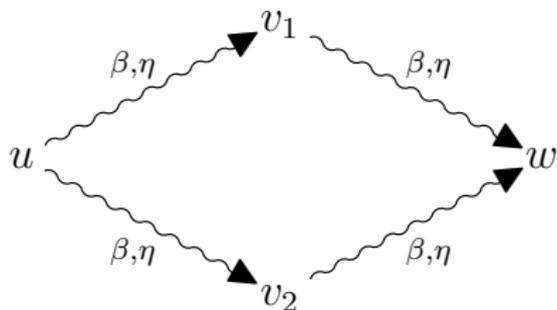
- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)



(порядок вычислений несуществвен).

Свойства λ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конфлюэнтность)

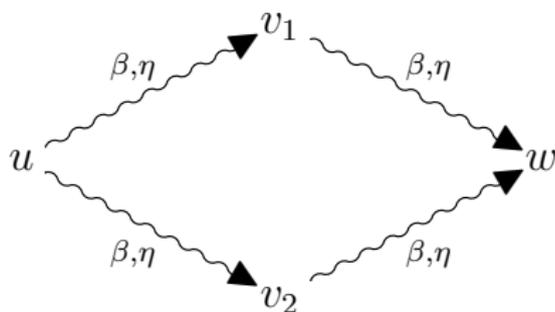


(порядок вычислений несуществвен).

- ▶ Сильная нормализуемость:

Свойства λ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)

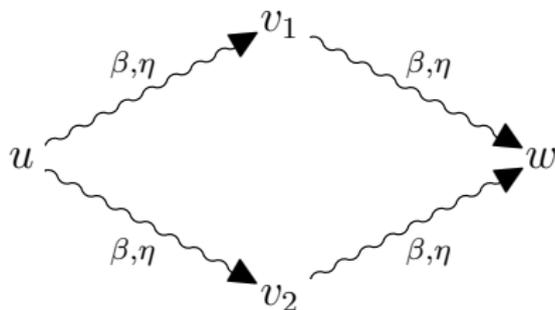


(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость: не существует бесконечной последовательности редукций

Свойства λ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)

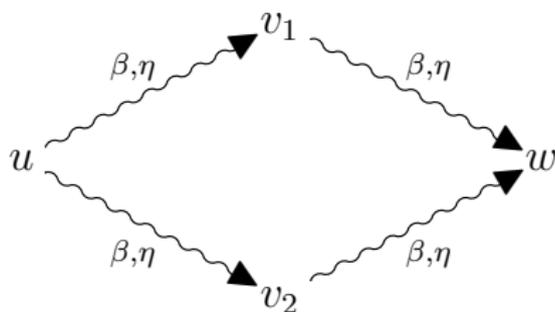


(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость: не существует бесконечной последовательности редукций (всякое вычисление останавливается).

Свойства λ -исчисления

- ▶ Свойство ромба (свойство Чёрча – Россера; конfluence)



(порядок вычислений несуществен).

- ▶ Сильная нормализуемость: не существует бесконечной последовательности редукций (всякое вычисление останавливается).

Без типов — неверно:

$$(\lambda x.x(x))(\lambda x.x(x)) \rightarrow_{\beta} (\lambda x.x(x))(\lambda x.x(x)).$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x. u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x. u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ непусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} (\rightarrow /), \text{ где } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} (\rightarrow \setminus), \text{ где } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} (/ \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} (\setminus \rightarrow)$$

Haskell Curry



William Howard



Johan van Benthem



Семантическая разметка вывода

$$n, (n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow n$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{n, (n \setminus n) / (s / np), np, (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np \quad n, n \setminus n \rightarrow n}$$

$G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow ? : n$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np} \quad \mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{\mathbf{J} : np, (np \setminus s) / np \rightarrow s / np} \quad \frac{\frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\text{J} : np \rightarrow \text{J} : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad \text{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}{\text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\text{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\frac{J : np \rightarrow J : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np} \quad J : np, np \setminus s \rightarrow s}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, \mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{?} : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{\mathbf{x} : np \rightarrow np \quad \mathbf{J} : np, np \setminus s \rightarrow s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, \mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{?} : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad s \rightarrow s}{\mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{x} : np} \quad \mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, \mathbf{x} : np \rightarrow \mathbf{?} : s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. \mathbf{?} : s / np}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{\text{J} : np \rightarrow \text{J} : np \quad \text{L}(x)(\text{J}) : s \rightarrow s}{\text{J} : np, \text{L}(x) : np \setminus s \rightarrow s}}{\text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \text{J} : np, \text{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s} \mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow s} \frac{\frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n} \mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow ? : s} \quad \frac{\mathbf{J} : np \rightarrow \mathbf{J} : np \quad \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L}(x) : np \setminus s \rightarrow \mathbf{L}(x)(\mathbf{J}) : s}}{\mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(J) : s} \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. ? : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{x : np \rightarrow x : np}{J : np, L : (np \setminus s) / np, x : np \rightarrow L(x)(J) : s} \quad \frac{J : np \rightarrow J : np \quad L(x)(J) : s \rightarrow L(x)(J) : s}{J : np, L(x) : np \setminus s \rightarrow L(x)(J) : s}}{J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{n \rightarrow n \quad n \rightarrow n}{n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x.L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P.\lambda Q.\lambda y(P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s} \quad \frac{\mathbf{G} : n \rightarrow \mathbf{G} : n \quad n \rightarrow n}{\mathbf{G} : n, (\lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y))) (\lambda x. \mathbf{L}(x)(\mathbf{J})) : n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x.L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\mathbf{G} : n \rightarrow \mathbf{G} : n \quad n \rightarrow n}{\mathbf{G} : n, \lambda Q.\lambda y.((\lambda x.L(x)(J))(y) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{\mathbf{G} : n, \lambda P.\lambda Q.\lambda y(P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), \mathbf{J} : np, \mathbf{L} : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x.L(x)(J) : s / np} \quad \frac{G : n \rightarrow G : n \quad (\lambda Q.\lambda y.(L(y)(J) \wedge Q(y)))(G) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q.\lambda y.(L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P.\lambda Q.\lambda y(P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad \lambda y. (L(y)(J) \wedge G(y)) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow n}$$

Семантическая разметка вывода

$$\frac{\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np \rightarrow np \quad np, np \setminus s \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np, np \rightarrow s}}{np, (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda x. L(x)(J) : s / np} \quad \frac{\frac{G : n \rightarrow G : n \quad \lambda y. (L(y)(J) \wedge G(y)) : n \rightarrow n}{G : n, \lambda Q. \lambda y. (L(y)(J) \wedge Q(y)) : n \setminus n \rightarrow n}}{G : n, \lambda P. \lambda Q. \lambda y (P(y) \wedge Q(y)) : (n \setminus n) / (s / np), J : np, L : (np \setminus s) / np \rightarrow \lambda y. (L(y)(J) \wedge G(y)) : n}$$

Структурная неоднозначность

pyramid
пирамида

near
рядом с

the

box
коробкой

on
на

the
столе

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box	on	the	table	
пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$

Структурная неоднозначность

	pyramid	near	the	box	on	the	table	
	пирамида	рядом с		коробкой	на		столе	
I.	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	n	$n \setminus n$			$n \setminus n$			
II.	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	n	$(n \setminus n) / np$	np					

Структурная неоднозначность

pyramid
 n

near
 $(n \setminus n) / np$

the box
 np / n n

on
 $(n \setminus n) / np$

the table
 np / n n $\rightarrow n$

Структурная неоднозначность

pyramid

n

PYRAMID

near

$(n \setminus n) / np$

$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$

the

np / n

THE

box

n

BOX

on

$(n \setminus n) / np$

$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$

the

np / n

THE

table

n

TABLE

$\rightarrow n$

Структурная неоднозначность

pyramid

n

PYRAMID

near

$(n \setminus n) / np$

$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$

the

np / n

THE

box

n

BOX

on

$(n \setminus n) / np$

$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$

the

np / n

THE

table

n

TABLE

$\rightarrow n$

- I. $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
II. $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

	on	the	table	
	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I. $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
- II. $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

Упражнение. Получите эти две семантики с помощью формальной процедуры семантической разметки вывода.

Структурная неоднозначность

pyramid	near	the	box
n	$(n \setminus n) / np$	np / n	n
PYRAMID	$\lambda x. \lambda P. \lambda y. (P(y) \wedge \text{NEAR}(x)(y))$	THE	BOX

	on	the	table	
	$(n \setminus n) / np$	np / n	n	$\rightarrow n$
	$\lambda z. \lambda Q. \lambda t. (Q(t) \wedge \text{ON}(z)(t))$	THE	TABLE	

- I. $\lambda y. ((\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\text{BOX}))(y)) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(y))$
II. $\lambda y. (\text{PYRAMID}(y) \wedge \text{NEAR}(\text{THE}(\lambda t. (\text{BOX}(t) \wedge \text{ON}(\text{THE}(\text{TABLE}))(t))))(y))$

Упражнение. Получите эти две семантики с помощью формальной процедуры семантической разметки вывода.

Бывает также *мнимая неоднозначность* (spurious ambiguity): два формально разных вывода дают одну семантику.

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
		$(\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x)))(\text{RUN})(\text{WALK})(\text{JOHN})$		

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) \vee RUN(JOHN)

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) \vee RUN(JOHN)

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	np

Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
np	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) \vee RUN(JOHN)

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
np	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	np	$(np \setminus s) / np$	np
MARY	LOVE	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$	ANN	HATE	PETE

