

Геометрия плоского мира, сферического мира и мира Лобачевского

Доц. С. В. Смирнов

Курс посвящен элементарному сравнительному описанию геометрии плоского мира, геометрии двумерной сферы и геометрии плоскости Лобачевского. Основываясь на некоторых идеях *Эрлангенской Программы* Ф. Клейна (Felix Klein), мы изучим группы преобразований, соответствующие евклидовой, аффинной и проективной геометриям в плоском случае, опишем группы движений сферической геометрии и геометрии Лобачевского.

Мы обсудим, какие величины являются инвариантами аффинной и проективной групп. В частности, мы поговорим о том, какие соотношения между реальными величинами можно узнать по фотографии местности, а какие — нельзя. Потом мы поговорим о теории перспективы и посмотрим, насколько ей владели художники эпохи раннего Возрождения. Также мы выясним, какую форму принимают стандартные геометрические теоремы, такие, как теорема Пифагора или теорема косинусов, или хорошо известные формулы (такие, как формула длины окружности) в сферической геометрии и в геометрии Лобачевского. И, наконец, мы рассмотрим карту Земли в стереографической проекции и обсудим, какие идеи геометрии Лобачевского вдохновляли нидерландского художника М. Эшера (Maurits Cornelis Escher) при создании им серии “Предел круга”.

Никакие знания, выходящих за рамки школьного курса математики, не предполагаются известными, но любовь или, хотя бы, интерес к геометрии очень желательны. Тем не менее, нам потребуются некоторые общематематические понятия, такие, как *группа*, *матрица* и *комплексные числа*, которые будут введены в рамках данного курса. В процессе мы научимся умножать матрицы и вычислять определители порядков 2 и 3, а также обращаться с комплексными числами. Все необходимые сведения, выходящие за рамки школьной программы, будут сообщены.